**Perbandingan Metode Iterasi Jacobi dan Metode Iterasi Gauss-Seidel dalam Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Fuzzy**

Muhammad Abdi1, a), Sukarna 2, b), dan Rahmat 3, c)

*1Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Makassar, 90224*

a) rahmatpoetra2012@gmail.com

**Abstrak**. Penelitian ini mengkaji tentang menyelesaian Sistem Persamaan Linear Fuzzy dengan Membanding kan Metode Iterasi Jacobi dan Metode Iterasi Gauss-Seidel.Bentuk umum persamaan linear fuzzy yaitu:

*Metode iterasi Jacobi merupakan salah satu metode tak langsung, yang bermula dari suatu hampiran Metode iterasi Jacobi ini digunakan untuk menyelesaikan persamaan linier yang proporsi koefisien nol nya besar. Iterasi dapat diartikan sebagai suatu proses atau metode yang digunakan secara berulang-ulang (pengulangan) dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematika ditulis dalam bentuk .* *Pada metode iterasi Gauss-Seidel, nilai-nilai yang paling akhir dihitung digunakan di dalam semua perhitungan. Jelasnya, di dalam iterasi Jacobi, menghitung dalam bentuk . Setelah mendapatkan Hasil iterasi kedua Metode tersebut maka langkah selanjutnya membandingkan kedua metode tersebut dengan melihat jumlah iterasinya dan nilai Galatnya manakah yang lebih baik dalam menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Fuzzy.*

***Kata kunci :*** *Sistem Persamaan Linear Fuzzy, Metode Itersi Jacobi, Metode Iterasi Gauss-Seidel.*

**Abstract.** This study examines the completion of the Linear Fuzzy Equation System by Comparing the Jacobi Iteration Method and the Gauss-Seidel Iteration Method. The general form of the linear fuzzy equation is:

The Jacobi iteration method is one of the indirect methods, which stems from an almost a method of this Jacobi iteration method used to solve linear equations whose proportion of large zero coefficients. Iteration can be interpreted as a process or method used repeatedly (repetition) in solving a mathematical problem written in the form . In the Gauss-Seidel iteration method, the most recently calculated values are used in all calculations. Obviously, inside Jacobi iteration, counting in form After obtaining the result of second iteration of the Method then the next step compare both methods by seeing the number of iteration and the Error value which is better in solving Linear Fuzzy Equation System.

**Keywords:** Linear Fuzzy Equation System, Jacobi Itersi Method, Gauss-Seidel Iteration Method.

# PENDAHULUAN

Sistem persamaan linear merupakan kumpulan persamaan linear yang saling berhubungan untuk mencari nilai variabel yang memenuhi semua persamaan linear tersebut. Sistem persamaan linier kadang muncul secara langsung dari masalah-masalah yang nyata sehingga membutuhkan proses penyelesaian. Menyelesaikan suatu persamaan linear adalah mencari nilai-nilai variabel yang memenuhi semua persamaan linear yang diberikan. Sistem persamaan linear biasanya terdiri atas m persamaan dan n variabel. Sistem persamaan linear dapat ditulis dalam bentuk persamaan matriks *Ax = b* dengan semua entri-entri di dalam A dan b adalah bilangan riil.

Secara umum sistem persamaan linear dapat diselesaikan dengan dua metode yaitu metode langsung dan metode tidak langsung. Metode langsung biasanya disebut metode eksak, diantaranya metode eliminasi, subtitusi, dekomposisi LU, dekomposisi Cholesky, dan dekomposisi Crout. Metode tidak langsung biasanya disebut iterasi , diantaranya metode iterasi Jacobi, metode SOR, metode Gauss-Seidel. Metode iterasi Jacobi merupakan salah satu metode tak langsung, yang bermula dari suatu hampiran penyelesaian awal dan kemudian berusaha memperbaiki hampiran dalam tak berhingga namun langkah konvergen sedangkan Metode Gauss Seidel merupakan metode yang menggunakan proses iterasi hingga diperoleh nilai yang sesungguhnya. Metode ini menggunakan nilai awal dan pada proses selanjutnya menggunakan nilai yang sudah diketahui sebelumnya.

Konstanta dalam sistem persamaan linear biasanya berupa bilangan riil, namun seiring perkembangan ilmu matematika, konstanta dalam sistem persamaan linear dapat berupa bilangan *fuzzy* dan dapat diselesaikan dengan menggunakan metode yang sama. *Fuzzy*  dapat diartikan sebagai kabur atau samar-samar, biasanya digunakan dalam masalah yang mengandung unsur ketidakpastian. Sistem persamaan linear dengan konstanta berupa bilangan *fuzzy* disebut sistem persamaan linear *fuzzy* . bentuk sistem persamaan linear *fuzzy*  seperti sistem persamaan linear biasa, perbedaanya terletak pada unsur b . unsur b dalam sistem persamaan linear *fuzzy* merupakan bentuk parameter yang berada pada interval tertentu.

Penyelesaian sistem persamaan linear *fuzzy* telah dibahas oleh beberapa peneliti sebelumnya, diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Beta Norita dengan Judul “*Sistem Persamaan Linear Fuzzy”*, ia membahas tentang kajian sistem persamaan linear fuzzy dan solusi sistem persamaan linear fuzzy. Selajutnya A.Panahi dan T.Allahviranloo dengan judul “*Solving Fuzzy Linear Systems of Equations”*, mereka membahas penyelesaian sistem persamaan linear fuzzy dengan menggunakan metode Segitiga atas dan Segitiga bawah. Selanjutnya Kholifah dengan judul *”Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Fully Fuzzy Menggunakan Metode Gauss Seidel”.* Ia membahas penyelesaian Sistem persamaan linear fully fuzzy dengan metode Gauss seidel.

Berdasarkan penelitian dan jurnal tersebt penulis tertarik untuk mengulas skripsi dengan mengambil dua metode yang digunakan yaitu metode Iterasi Jacobi dan Iterasi Gauss Seidel, sehingga penulis tertarik mengambil judul “Perbadingan Metode Iterasi Jacobi dan Iterasi Gauss Seidel dalam menyelesaikan sistem persamaan linear fuzzy”.

**Sistem Persamaan Linear *Fuzzy***

Sistem persamaan linear fuzzy adalah sistem persamaan linear yang berparameter fuzzy yang berada pada interval tertentu. Bentuk umum dari sistem persamaan linear fuzzy adalah sebagai berikut:

 (1)

Sistem persamaan linear fuzzy dapat dijelaskan sebagai berikut:

 (2)

Dengan adalah konstanta dan variabel yang belum diketahui dan dan adalah fuzzy. Persamaan (4.1) dapat di tulis dalam bentuk persamaan matriks sebagai berikut:

 (3)

Dengan matriks koefisien untuk adalah vektor bilangan fuzzy berukuran dengan dan untuk i = 1,2,3,...n adalah vektor bilangan bilangan fuzzy yang berukuran n x 1.

Menurut Beta Norita (tanpa tahun) Langkah awal yang dilakukan untuk mencari solusi dari sistem persamaan linear fuzzy adalah mengubah matriks koefisien A yang berukuran n x n menjadi matriks yang berukuran 2n x 2n yang diamsumsikan menjadi matriks M.

Ketentuan berikut:

1. Jika maka dan
2. Jika maka dan (4)
3. Entri yang lainnya = 0

**Definisi 1** (T. Allahviranloo, 2004)

 Vektor bilangan fuzzy dengan diberikan untuk i = 1,2,...,n dan r = 0,1 disubut penyelesaian dari sistem persamaan linear jika:

Menurut M. Matinfar (2008) sistem persamaan linear fuzzy baru dapat dijelaskan sebagai berikut :

Persamaan 4.2 dapat ditulis sebagai berikut :

Atau

Dengan

 , , dan

**Definisi 2 (**M.Matinfar dkk, 2008)

Terdapat adalah solusi dari dengan bilangan fuzzy ; adalah:

Solusi disebut solusi fuzzy kuat (*strong fuzzy solution*) jika maka jika terdapat salah satu yang tidak sama maka adalah solusi *fuzzy* lemah (*weak fuzzy solution*).

**Metode Iterasi Jacobi**

Metode iterasi Jacobi ini digunakan untuk menyelesaikan persamaan linier yang proporsi koefisien nol nya besar. Metode ini ditemukan olek matematikawan yang berasal dari Jerman, Carl Gustav Jakob Jacobi. Penemuan ini diperkirakan pada tahun 1800-an. Iterasi dapat diartikan sebagai suatu proses atau metode yang digunakan secara berulang-ulang (pengulangan) dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematika. Adapun metode iterasi Jacobi yaitu:

 (5)

**Metode Iterasi Gauss-Seidel**

Metode Gauss-Seidel digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier (SPL) berukuran besar dan proporsi koefisien nolnya besar, seperti sistem-sistem yang banyak ditemukan dalam sistem persamaan diferensial. Teknik iterasi jarang digunakan untuk menyelesaikan SPL berukuran kecil karena metode-metode langsung seperti metode eliminasi Gauss lebih efisien daripada metode iteratif. Akan tetapi, untuk SPL berukuran besar dengan persentase elemen nol pada matriks koefisien besar, teknik iterasi lebih efisien daripada metode langsung dalam hal penggunaan memori komputer maupun waktu komputasi. Metode iterasi Gauss-Seidel dapat dinyatakan sebagai berikut:

 (6)

**Galat**

Misalkan suatu nilai hampiran numerik untuk nilai numerik eksak x, yang tidak diketahui. Nilai

 (7)

Disebut galat disebut galat mutlak, dan nilai

 (8)

**Himpunan Fuzzy (*Fuzzy Set)***

Pada himpunan klasik, keberadaan suatu elemen dalam suatu himpunan A hanya memiliki dua kemungkinan keanggotaan, yaitu menjadi anggota A atau tidak menjadi anggota Suatu A nilai yang menunjukkan seberapa besar tingkat keanggotaan suatu elemen dalam suatu himpunan . biasa disebut dengan nilai keanggotaan, yang biasa ditulis dengan .

Pada himpunan klasik, nilai keanggotaan hanya memasangkan nilai 0 atau 1 untuk unsur-unsur pada semesta pembicaraan, yang menyatakan anggota atau bukan anggota. (Ravita,2012)

Nilai keanggotaan untuk himpunan A adalah fungsi dengan

 (9)

**Bilangan Fuzzy**

**Definisi 3** (Kwang, 2005)

Bilangan fuzzy u dalam R didefinisikan sebagai pasangan fungsi  yang memenuhi sifat-sifat berikut:

* + - 1. Fungsi  monoton naik, terbatas, dan kontinu kiri pada [0,1],
			2. Fungsi  monoton turun, terbatas dan kontinu kanan pada [0,1], dan
			3.  (r) (r) untuk setiap r dalam [0,1],

Himpunan bilangan-bilangan fuzzy dinyatakan dengan F. Untuk selanjutya, bilangan fuzzy u F ditulis dalam bentuk parameter u = (,).

**Definisi 4** (kajani, 2005)

Operasi aljabar fuzzy menggunakan definisi yaitu untuk setiap u, v F dan bilangan real α didefinisikan :

1. jika dan hanya jika dan .
2. untuk
3. untuk

**METODE PENELITIAN**

Penelitian ini merupakan penelitian kajian teori, dilakukan bulan Desember 2017-Maret 2018 dengan menggunakan buku-buku dan jurnal-jurnal yang membahas tentang sistem persamaan linear fuzzy, metode numerik, himpunan fuzzy.

# hasil penelitian

**Simulasi pertama**

Tentukan solusi dari persamaan berikut

Sistem persamaan dari n x n diubah menjadi 2n x 2n yang diamsumsikan dengan matriks m

1. Jika maka
2. Jika maka
3. bernilai nol untuk entri-entri yang lain.

Karena pada contoh diamsumsikan matriks m sehingga . Berdasarkan entri-entri yang di dapat maka akan diperoleh persamaan baru:

Persamaan diatas dapat diubah menjadi bentuk persamaan matriks baru sebagai berikut:

Dengan

Maka dengan melakukan operasi perkalian terhadap persamaan matriks diperoleh persamaan linear fuzzy baru yaitu:



Penyelesaian sistem persamaan linear fuzzy yang baru ini dapat dilakukan dengan :

1. **Metode Iterasi Jacobi**

Bentuk umumnya

 (4.5)

**Iterasi Pertama**

Misalkan Nilai awal dengan mensubtitusi Nilai awal pada iterasi pertama maka di peroleh:

Untuk diperoleh iterasi kedua caranya adalah dengan mensubtitusi nilai

**Iterasi kedua**

Dimana iterasi pertama yaitu :

Jadi iterasi ke dua adalah

**Iterasi ketiga**

Dimana iterasi kedua yaitu:

Jadi iterasi ketiga yaitu:.

 **Metode Iterasi Gauss – Seidel**

Bentuk umumnya :

Sehingga diperoleh dari contoh 1 yaitu:

**Iterasi pertama**

Misalkan Nilai awal dengan mensubtitusi Nilai awal pada iterasi pertama maka di peroleh:

jadi iterasi pertama yaitu:

**Iterasi kedua:**

Dimana iterasi pertama yaitu:

Maka diperoleh:

Jadi Iterasi kedua yaitu :

**Iterasi ketiga**

Dimana iterasi kedua yaitu:

Maka diperoleh :

Jadi iterasi ketiga yaitu :

**Tabel 4.1** Simulasi Pertama dengan Metode Iterasi Jacobi

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0** | **r = 0.1** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | -7.0000 | 6.3333 | -3.0000 | 9.0000 | 13.3832 | -6.8000 | 6.4667 | -3.2000 | 8.8667 | 13.301 |
| 2 | -16.0000 | 8.6667 | -9.3333 | 10.0000 | 11.294 | -15.6667 | 8.7333 | -9.6667 | 9.9333 | 11.2566 |
| 3 | -17.0000 | 11.6667 | -11.6667 | 12.1111 | 4.4611 | -16.7333 | 11.6889 | -11.9333 | 12.0889 | 4.4337 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 22 | -21.4999 | 13.4999 | -16.4999 | 14.4999 | 0.00019127 | -21.2499 | 13.5499 | -16.7499 | 14.4499 | 0.00019063 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.2** | **r = 0.3** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | -6.6000 | 6.6000 | -3.4000 | 8.7333 | 13.2269 | -6.4000 | 6.7333 | -3.6000 | 8.6000 | 13.1612 |
| 2 | -15.3333 | 8.8000 | -10.0000 | 9.8667 | 11.223 | -15.000 | 8.8667 | -10.333 | 9.8000 | 11.1933 |
| 3 | -16.4667 | 11.7111 | -12.2000 | 12.0667 | 4.409 | -16.200 | 11.733 | -12.4667 | 12.0444 | 4.3871 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 22 | -20.9999 | 13.5999 | -16.9999 | 14.3999 | 0.00019006 | -20.7499 | 13.6499 | -17.2499 | 14.3499 | 0.00018956 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.4** | **r = 0.5** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | -6.2000 | 6.8667 | -3.8000 | 8.4667 | 13.104 | -6.0000 | 7.0000 | -4.0000 | 8.3333 | 13.0554 |
| 2 | -14.6667 | 8.9333 | -10.6667 | 9.7333 | 11.1674 | -14.3333 | 9.0000 | -11.0000 | 9.6667 | 11.1455 |
| 3 | -15.9333 | 11.7556 | -12.7333 | 12.0222 | 4.368 | -15.6667 | 11.7778 | -13.0000 | 12.0000 | 4.3518 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 22 | -20.4999 | 13.6999 | -17.4999 | 14.2999 | 0.00018912 | -20.2499 | 13.7499 | -17.7499 | 14.2499 | 0.00018875 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.6** | **r = 0.7** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | -5.8000 | 7.1333 | -4.2000 | 8.2000 | 13.0155 | -5.6000 | 7.2667 | -4.4000 | 8.0667 | 12.9844 |
| 2 | -14.0000 | 9.0667 | -11.3333 | 9.6000 | 11.1275 | -13.6667 | 9.1333 | -11.6667 | 9.5333 | 11.1136 |
| 3 | -15.4000 | 11.8000 | -13.2667 | 11.9778 | 4.3385 | -15.1333 | 11.8222 | -13.5333 | 11.9556 | 4.3281 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 22 | -19.9999 | 13.7999 | -17.9999 | 14.1999 | 0.00018845 | -19.7499 | 13.8499 | -18.2499 | 14.1499 | 0.00018821 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.8** | **r = 0.9** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | -5.4000 | 7.4000 | -4.6000 | 7.9333 | 12.9622 | -5.2000 | 7.5333 | -4.8000 | 7.8000 | 12.9488 |
| 2 | -13.3333 | 9.2000 | -12.0000 | 9.4667 | 11.1036 | -13.0000 | 9.2667 | -12.3333 | 9.4000 | 11.0975 |
| 3 | -14.8667 | 11.8444 | -13.8000 | 11.9333 | 4.3207 | -14.6000 | 11.8667 | -14.0667 | 11.9111 | 4.3163 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 22 | -19.4999 | 13.8999 | -18.4999 | 14.0999 | 0.00018804 | -19.2499 | 13.9499 | -18.7499 | 14.0499 | 0.00018794 |

|  |  |
| --- | --- |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 1** |
|  |  |  |  | **error** |
| 1 | -5.0000 | 7.6667 | -5.0000 | 7.6667 | 12.9443 |
| 2 | -12.6667 | 9.3333 | -12.6667 | 9.3333 | 11.0955 |
| 3 | -14.3333 | 11.8889 | -14.3333 | 11.8889 | 4.3148 |
|  |  |  |  |  |  |
| 22 | -18.9999 | 13.9999 | -18.9999 | 13.9999 | 0.00021921 |

**Tabel 4.2** Simulasi Pertama dengan Metode Iterasi Gauss-Seidel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0** | **r = 0.1** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | -7.0000 | 8.6667 | -11.6667 | 12.8889 | 20.6481 | -6.8000 | 8.7333 | -11.9333 | 12.8444 | 20.7339 |
| 2 | -19.8889 | 12.9630 | -15.9630 | 14.3210 | 14.321 | -19.6444 | 13.0148 | -16.2148 | 14.2716 | 14.2716 |
| 3 | -21.3210 | 13.4403 | -16.4403 | 14.4801 | 1.5912 | -21.0716 | 13.4905 | -16.6905 | 14.4302 | 1.5857 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | -21.5000 | 13.5000 | -16.5000 | 14.5000 | 2.6947e-05 | -21.2500 | 13.5500 | -16.7500 | 14.4500 | 2.6855e-05 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.2** | **r = 0.3** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | -6.6000 | -6.6000 | -12.2000 | 12.8000 | 20.825 | -6.4000 | 8.8667 | -12.4667 | 12.7556 | 20.9213 |
| 2 | -19.4000 | 13.0667 | -16.4667 | 14.2222 | 14.2222 | -19.1556 | 13.1185 | -16.7185 | 14.1728 | 14.1728 |
| 3 | -20.8222 | 13.5407 | -16.9407 | 14.3802 | 1.5802 | -20.5728 | 13.5909 | -17.1909 | 14.3303 | 1.5748 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | -21.0000 | 13.6000 | -17.0000 | 14.4000 | 2.6762e-05 | -20.7500 | 13.6500 | -17.2500 | 14.3500 | 2.6669e-05 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.4** | **r = 0.5** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | -6.2000 | 8.9333 | -12.7333 | 12.7111 | 21.0227 | -6.0000 | 9.0000 | -13.0000 | 12.6667 | 21.1292 |
| 2 | -18.9111 | 13.1704 | -16.9704 | 14.1235 | 14.1235 | -18.6667 | 13.2222 | -17.2222 | 14.0741 | 14.0741 |
| 3 | -20.3235 | 13.6412 | -17.4412 | 14.2804 | 1.5693 | -20.0741 | 13.6914 | -17.6914 | 14.2305 | 1.5638 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | -20.5000 | 13.7000 | -17.5000 | 14.3000 | 2.6576e-05 | -20.2500 | 13.7500 | -17.7500 | 14.2500 | 2.6483e-05 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.6** | **r = 0.7** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | -5.8000 | 9.0667 | -13.2667 | 12.6222 | 21.2407 | -5.6000 |  9.1333 | -13.5333 | 12.5778 | 21.3572 |
| 2 | -18.4222 | 13.2741 | -17.4741 | 14.0247 | 14.0247 | -18.1778 | 13.3259 | -17.7259 | 13.9753 | 13.9753 |
| 3 | -19.8247 | 13.7416 | -17.9416 | 14.1805 | 1.5583 | 13.9753 | 13.7918 | -18.1918 | 14.1306 | 1.5528 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | -20.0000 | 13.8000 | -18.0000 | 14.2000 | 2.639e-05 | -19.7500 | 13.8500 | -18.2500 | 14.1500 | 2.6297e-05 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.8** | **r = 0.9** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | -5.4000 | 9.2000 | -13.8000 | 12.5333 | 21.4785 | -5.2000 | -5.2000 | -14.0667 | 12.4889 | 21.6045 |
| 2 | -17.9333 | 13.3778 | -17.9778 | 13.9259 | 13.9259 | -17.6889 | 13.4296 | 13.4296 | 13.8765 | 13.8765 |
| 3 | -19.3259 | 13.8420 | -18.4420 | 14.0807 | 1.5473 | -19.0765 | 13.8922 | -18.6922 | 14.0307 | 1.5418 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | -19.5000 | 13.9000 | -18.5000 | 14.1000 | 2.6204e-05 | -19.2500 | 13.9500 | -18.7500 | 14.0500 | 2.6111e-05 |

|  |  |
| --- | --- |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 1** |
|  |  |  |  | **error** |
| 1 | -19.2500 | 13.9500 | -18.7500 | 14.0500 | 2.6111e-05 |
| 2 | -19.2500 | 13.9500 | -18.7500 | 14.0500 | 2.6111e-05 |
| 3 | -19.2500 | 13.9500 | -18.7500 | 14.0500 | 2.6111e-05 |
|  |  |  |  |  |  |
| 8 | -19.0000 | 14.0000 | -19.0000 | 14.0000 | 2.6018e-05 |

Dari hasil simulasi pertama pada tabel 4.1 dan 4.2 dengan syarat pemberhentian iterasi (= 10-4) diperoleh metode Iterasi Jacobi mendapatkan Iterasi pemberhentian pada iterasi ke 22 dan metode Iterasi Gauss-Seidel mendapatkan Iterasi pemberhentian pada iterasi Ke 8 dan error pada metode Gauss-Seidel lebih cepat konvergen dari pada metode jacobi. Hal ini menunjukkan bahwa metode Iterasi Gauss-Seidel lebih baik digunakan ketimbang metode iterasi Jacobi.

**Simulasi kedua**

Sebuah sirkuit Listrik dalam Penerapan Sistem persamaan Linear Fuzzy untuk menganalisis sirkuit tersebut dengan sumber yang sama dengan arus sebagai Fuzzy dan resistensinya yang terlihat pada gambar berikut:

Berdasarkan hukum kirchoff 2 yaitu:

Keterangan:

 = jumlah ggl Sumber arus (V)

I.R = Jumlah Penurunan tegangan (V)

I = arus Listrik (A)

R = hambatan (W)

Maka diperoleh berdasarkan hukum kirchoff 2 pada gambar yaitu:

 (4.1)

 (4.2)

Maka hasil operasi dari persamaan 4.1 dan 4.2 menjadi

Misalkan

Maka diperoleh :

Tentukan solusi dari persamaan berikut

Sistem persamaan dari n x n diubah menjadi 2n x 2n yang diamsumsikan dengan matriks m

1. Jika maka
2. Jika maka
3. bernilai nol untuk entri-entri yang lain.

Karena pada contoh diamsumsikan matriks m sehingga . Berdasarkan entri-entri yang di dapat maka akan diperoleh persamaan baru:

Persamaan diatas dapat diubah menjadi bentuk persamaan matriks baru sebagai berikut:

Dengan

Maka dengan melakukan operasi perkalian terhadap persamaan matriks diperoleh persamaan linear fuzzy baru yaitu:



Penyelesaian sistem persamaan linear fuzzy yang baru ini dapat dilakukan dengan

1. **Metode Iterasi Jacobi**

Bentuk umumnya

Sehingga diperoleh dari contoh 2 yaitu

**Iterasi pertama**

Misalkan Nilai awal dengan mensubtitusi Nilai awal pada iterasi pertama maka di peroleh:

Jadi iterasi pertama diperoleh yaitu:

**Iterasi kedua**

dimana iterasi pertama diperoleh yaitu:

Jadi iterasi kedua yaitu:

**Iterasi ketiga**

Dimana iterasi kedua yaitu:

Jadi iterasi ketiga yaitu :

1. **Metode Iterasi Gauss – Seidel**

Bentuk umumnya :

Sehingga diperoleh dari contoh 2 yaitu:

**Iterasi pertama**

Misalkan Nilai awal dengan mensubtitusi Nilai awal pada iterasi pertama maka di peroleh:

Jadi iterasi pertama yaitu:

**Iterasi kedua**

Dimana iterasi pertama yaitu:

Jadi iterasi kedua yaitu:

**Iterasi ketiga**

Dimana iterasi kedua yaitu:

Jadi iterasi kelima yaitu:

**Tabel 4.3** Simulasi Pertama dengan Metode Iterasi Jacobi

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0** | **r = 0.1** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | 0.1667 | 0.3333 | 1.1667 | 0.6667 | 1.3944 | 0.2167 | 0.4333 | 1.3333 | 0.4667 | 1.4934 |
| 2 | -0.1667 | 0.2778 | 1.0000 | 0.2778 | 0.54149 | -0.0167 | 0.3611 | 1.1167 | 0.0222 | 0.55149 |
| 3 | 0.0278 | 0.3889 | 1.0278 | 0.3333 | 0.23241 | 0.2056 | 0.4389 | 1.1528 | 0.0944 | 0.2489 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 11 | 0.0000 | 0.3334 | 1.0000 | 0.3333 | 0.00017933 | 0.1743 | 0.3753 | 1.1457 | 0.0848 | 0.00019205 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.2** | **r = 0.3** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | 0.2667 | 0.5333 | 1.5000 | 0.2667 | 1.6361 | 0.3167 | 0.6333 | 1.6667 | 0.0667 | 1.8121 |
| 2 | 0.1333 | 0.4444 | 1.2333 | -0.2333 | 0.58889 | 0.2833 | 0.5278 | 1.3500 | -0.4889 | 0.64898 |
| 3 | 0.3833 | 0.4889 | 1.2778 | -0.1444 | 0.27268 | 0.5611 | 0.5389 | 1.4028 | -0.3833 | 0.30201 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 11 | 0.3486 | 0.4172 | 1.2914 | -0.1638 | 0.0002104 | 0.5229 | 0.4591 | 1.4371 | -0.4124 | 0.00023303 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.4** | **r = 0.5** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | -6.2000 | 8.9333 | -12.7333 | 12.7111 | 21.0227 | 0.4167 | 0.8333 | 2.0000 | -0.3333 | 2.2314 |
| 2 | -18.9111 | 13.1704 | -16.9704 | 14.1235 | 14.1235 | 0.5833 | 0.6944 | 1.5833 | -1.0000 | 0.81555 |
| 3 | -20.3235 | 13.6412 | -17.4412 | 14.2804 | 1.5693 | 0.9167 | 0.6389 | 1.6528 | -0.8611 | 0.3719 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 11 | 0.6972 | 0.5010 | 1.5828 | -0.6609 | 0.00025884 | 0.8715 | 0.5429 | 1.7285 | -0.9095 | 0.00028696 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.6** | **r = 0.7** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | 0.4667 | 0.9333 | 2.1667 | -0.5333 | 2.4633 | 0.5167 | 1.0333 | 2.3333 | -0.7333 | 2.705 |
| 2 | 0.7333 | 0.7778 | 1.7000 | -1.2556 | 0.91361 | 0.8833 | 0.8611 | 1.8167 | -1.5111 | 1.0178 |
| 3 | 1.0944 | 0.6889 | 1.7778 | -1.1000 | 0.41055 | 1.2722 | 0.7389 | 1.9028 | -1.3389 | 0.45083 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 11 | 1.0458 | 0.5848 | 1.8742 | -1.1581 | 0.00031678 | 1.2200 | 0.6268 | 2.0199 | -1.4066 | 0.00034786 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.8** | **r = 0.9** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | 0.5667 | 1.1333 | 2.5000 | -0.9333 | 2.9541 | 0.6167 | 1.2333 | 2.6667 | -1.1333 | 3.2089 |
| 2 | 1.0333 | 0.9444 | 1.9333 | -1.7667 | 1.1265 | 1.1833 | 1.0278 | 2.0500 | -2.0222 | 1.2385 |
| 3 | 1.4500 | 0.7889 | 2.0278 | -1.5778 | 0.49235 | 1.6278 | 0.8389 | 2.1528 | -1.8167 | 0.53481 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 11 | 1.3943 | 0.6687 | 2.1656 | -1.6552 | 0.0003799 | 1.5686 | 0.7106 | 2.3113 | -1.9037 | 0.00041267 |

|  |  |
| --- | --- |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 1** |
|  |  |  |  | **error** |
| 1 | 0.6667 | 1.3333 | 2.8333 | -1.3333 | 3.4681 |
| 2 | 1.3333 | 1.1111 | 2.1667 | -2.2778 | 1.3529 |
| 3 | 1.8056 | 0.8889 | 2.2778 | -2.0556 | 0.57802 |
|  |  |  |  |  |  |
| 11 | 1.7429 | 0.7525 | 2.4570 | -2.1523 | 0.000446 |

**Tabel 4.4** Simulasi Pertama dengan Metode Iterasi Gauss-Seidel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0** | **r = 0.1** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | 0.1667 | 0.2778 | 1.0278 | 0.3241 | 1.1253 | 0.2167 | 0.3611 | 1.1528 | 0.0824 | 1.2301 |
| 2 | 0.0046 | 0.3318 | 1.0008 | 0.3331 | 0.17316 | 1.2301 | 0.3748 | 1.1459 | 0.0847 | 0.044032 |
| 3 | 0.0001 | 0.3333 | 1.0000 | 0.3333 | 0.0048099 | 0.1743 | 0.3752 | 1.1457 | 0.0848 | 0.0012231 |
| 4 | 0.0000 | 0.3333 | 1.0000 | 0.3333 | 0.00013361 | 0.1743 | 0.3752 | 1.1457 | 0.0848 | 3.3975e-05 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.2** | **r = 0.3** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | 0.2667 | 0.4444 | 1.2778 | -0.1593 | 1.3881 | 0.3167 | 0.5278 | 1.4028 | -0.4009 | 1.5835 |
| 2 | 0.3463 | 0.4179 | 1.2910 | -0.1637 | 0.085095 | 0.5171 | 0.4610 | 1.4362 | -0.4121 | 0.21422 |
| 3 | 0.3485 | 0.4172 | 1.2914 | -0.1638 | 0.0023637 | 0.5227 | 0.4591 | 1.4371 | -0.4124 | 0.0059506 |
| 4 | 0.3486 | 0.3486 | 1.2914 | -0.1638 | 6.566e-05 | 0.5229 | 0.4590 | 1.4371 | -0.4124 | 0.00016529 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.4** | **r = 0.5** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | 0.3667 | 0.6111 | 1.5278 | -0.6426 | 1.8041 | 0.4167 | 0.6944 | 1.6528 | -0.8843 | 2.0419 |
| 2 | 0.6880 | 0.5040 | 1.5813 | -0.6604 | 0.34335 | 0.8588 | 0.5471 | 1.7265 | -0.9088 | 0.47247 |
| 3 | 0.6969 | 0.5010 | 1.5828 | -0.6609 | 0.0095374 | 0.8711 | 0.5430 | 0.5430 | -0.9095 | 0.013124 |
| 4 | 0.6971 | 0.5010 | 1.5829 | -0.6610 | 0.00026493 | 0.8714 | 0.5429 | 1.7286 | -0.9095 | 0.00036456 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.6** | **r = 0.7** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | 0.4667 | 0.7778 | 1.7778 | -1.1259 | 2.2915 | 0.5167 | 0.8611 | 1.9028 | -1.3676 | 2.5494 |
| 2 | 1.0296 | 0.5901 | 1.8716 | -1.1572 | 0.6016 | 1.2005 | 0.6332 | 2.0167 | -1.4056 | 0.73073 |
| 3 | 1.0453 | 0.5849 | 1.8742 | -1.1581 | 0.016711 | 1.2195 | 0.6268 | 2.0199 | -1.4066 | 0.020298 |
| 4 | 1.0457 | 0.5848 | 1.8743 | -1.1581 | 0.0004642 | 1.2200 | 0.6267 | 2.0200 | -1.4067 | 0.00056383 |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 0.8** | **r = 0.9** |
|  |  |  |  | **error** |  |  |  |  | **error** |
| 1 | 0.5667 | 0.9444 | 2.0278 | -1.6093 | 2.8133 | 0.6167 | 1.0278 | 2.1528 | -1.8509 | 3.0817 |
| 2 | 1.3713 | 0.6762 | 2.1619 | -1.6540 | 0.85985 | 1.5421 | 0.7193 | 2.3070 | -1.9023 | 0.98898 |
| 3 | 1.3936 | 0.6688 | 2.1656 | -1.6552 | 0.023885 | 1.5678 | 0.7107 | 2.3113 | -1.9038 | 0.027472 |
| 4 | 1.3943 | 0.6686 | 2.1657 | -1.6552 | 0.00066347 | 1.5686 | 0.7105 | 2.3114 | -1.9038 | 0.0007631 |

|  |  |
| --- | --- |
| **r/iterasi****ke n** | **r = 1** |
|  |  |  |  | **error** |
| 1 | 0.6667 | 1.1111 | 2.2778 | -2.0926 | 3.3535 |
| 2 | 1.7130 | 0.7623 | 2.4522 | -2.1507 | 1.1181 |
| 3 | 1.7420 | 0.7527 | 2.4570 | -2.1523 | 0.031059 |
| 4 | 1.7428 | 0.7524 | 2.4571 | -2.1524 | 0.00086274 |

Dari hasil simulasi kedua pada tabel 4.3 dan 4.4 dengan syarat pemberhentian iterasi (= 10-4) bahwa metode Iterasi Jacobi mendapatkan Iterasi pemberhentian pada iterasi ke 11 dan metode Iterasi Gauss-Seidel mendapatkan Iterasi pemberhentian pada iterasi Ke 4 dan error pada metode Gauss-Seidel lebih cepat konvergen dari pada metode Jacobi Hal ini menunjukkan bahwa metode Iterasi Gauss-Seidel lebih baik digunakan ketimbang metode iterasi Jacobi.

**Kesimpulan**

1. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Fuzzy dengan Metode Iterasi Jacoby dan Iterasi Gauss-Seidel

Terlebih dahulu mengubah bentuk sistem persamaan Linear fuzzy dari matriks n x n menjadi 2n x 2n yang diasumsikan M dengan ketentuan:

* 1. Jika maka dan
	2. Jika maka dan
	3. Entri yang lainnya = 0

setelah dilakukan hal tersebut maka diperolehlah persamaan linear fuzzy baru. Kemudian mencari solusi persamaan linear fuzzy dengan metode Iterasi Jacobi dan metode Iterasi Gauss-Seidel.

Penyelesaian sistem persamaan linear fuzzy menggunakan iterasi Jacobi dilakukan dengan mengubah persamaan linear fuzzy baru menjadi bentuk . Setelah itu, dilakukanlah proses iterasi dengan mensubstitusi nilai r = [0, 1] kedalam persamaan linear fuzzy baru sampai proses iterasi berhenti. Syarat pemberhentian proses iterasi yaitu jika nilai (= 10-4). Sedangkan Penyelesaian sistem persamaan linear fuzzy menggunakan iterasi Gauss-Seidel yaitu mengubah persamaan linear fuzzy baru menjadi , kemudian proses iterasi dengan mensubstitusi nilai r = [0, 1] kedalam persamaan linear fuzzy baru hingga proses iterasi berhenti dengan syarat pemberhentian iterasi yaitu jika nilai (= 10-4).

1. aitu mengubah persamaan linear fuzzy baru menjadi lusi persamaan linear fuzzy baru dengan metode Iterasi jacoby, sedangkan perhSimulasi penyelesaian sistem persamaan linear fuzzy menggunakan Metode iterasi Jacobi dan metode Gauss-Seidel dengan sofware Matlab R2015 diperoleh bahwa pada simulasi pertama bahwa Metode iterasi Gauss Seidel paling banyak 8 iterasi sedangkan Metode iteras Jacobi hanya mendapatkan 22 iterasi. Simulasi kedua Metode iterasi Gauss-Seidel medapatkan iterasi 5 iterasi sedangkan Metode iterasi Jacobi mendapatkan 15 iterasi.
2. Simulasi pertama dan kedua menunjukkan bahwa Metode iterasi Gauss-Seidel lebih baik dari pada Metode Iterasi Jacobi jika ditinjau dari jumlah iterasinya karena Metode Gauss-Seidel iterasinya lebih sedikit. Simulasi pertama dan kedua juga menunjukkan bahwa Metode Iterasi Gauss-Seidel errornya lebih cepat konvergen dibandingkan Metode iterasi Jacobi.

# DAFTAR PUSTAKA

Abdi, Muhammad. 2008. *Dasar-dasar Teori Himpunan Kabur dan Logika Kabur.* Makassar: Badan Penerbit UNM.

Anton, Howard. 1997. *Aljabar Linear Elementer.* Jakarta: Erlangga.

Anonim. *http:/ntip/organization-irlan.htm.* diakses 11 oktober 2017.

Norita Beta.tanpa tahun,”*Sistem Persamaan Linear “*.Jurnal Matematika FMIPA Universitas Diponegoro Semarang.

Kholifah.2013.”*Penyelesaian Persamaan Linear Fully Fuzzy Menggunakan Metode Gauss-Seidel”.*Skripsi.: Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Kusumadewi, Sri dan Hari Purnomo. 2010. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan,* edisi Kedua. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Kwang F Lee, 2005, *First course on Fuzzy Theory and Aplications,*Springer, Germany.

M.Matinfar, S.H Nasseri dan M.Sharabi.2008,*”Solving Fuzzy Linear System of Equations by Using Haouseholder Decomposition Method”.Applied Mathematical Sciences,*Vol.2,No.52,2569-2575.India.

Niyyaka, Shella. 2016. *Perbandingan Metode Iterasi Jacobi dan Iterasi Gauss-Seidel Dalam Penyelesaian Sistem Persamaan Linear dengan Menggunakan Simulasi Komputer.* Skripsi.: Universitas Negeri Lampung.

Ravita, Elva & Evawati Alisah. 2012. *Studi Tentang Persamaan Fuzzy.* Jurnal Cauchy Vol 2086-0382 :Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Sahid. 2005. *Pengantar Komputasi Numerik dengan Matlab.* Yogyakarta : Andi.

Sivanandam, S.N., Sumanthi, S., and Deepa, S.N., (2007), *Introduction to Fuzzy Logic using Matlab,*Springer, Berlin-Germany.

T.Allahviranloo.,2004, *“Numerical methods for fuzzy system of linear equatons”*Appl.Math.Comput.

T.Allahviranloo.,(2005), *”The Adomian decomposition method for fuzzy system of linear equations”*,Appl Math Comput.

Wibowo,Tanjung Ary. 2012. *Penyelesaian Sistem Persamaan Fuzzy Non-Linear dengan Menggunakan Metode Broyden.* Skripsi: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.