# **BAB I**

**PENDAHULUAN**

1. **Latar Belakang**

Aljabar merupakan salah satu cabang matematika yang merupakan generalisasi dari aritmetika. Sekitar tiga abad sampai awal abad ke-19 aljabar berarti menyelesaikan persamaan polinomial, terutama yang berderajat empat atau kurang, hal ini dikenal dengan aljabar klasik. Pada awal abad ke-20 aljabar menjadi studi abstrak, sistem aksiomatik seperti grup, ring (gelanggang), dan lapangan (*field*). Menyusul pada tahun 1930 publikasi van der Waerden *Moderne Algebra*, hal ini disebut dengan *modern algebra* atau aljabar abstrak (Corry, 1996;304).

Dalam matematika, modul merupakan salah satu dasar struktur aljabar yang digunakan dalam aljabar abstrak. Gagasan pokok yang mendasari tentang teori modul adalah grup abelian dan ring dengan elemen satuan.

Jika dalam aljabar terdapat ruang vektor maka modul merupakan perumuman dari ruang vektor. Pada modul, syarat skalar diperumum menjadi elemen pada suatu ring dan bukan lapagan. Dengan demikian, ruang vektor merupakan suatu kasus khusus dari modul sehingga sifat modul lebih luas daripada ruang vektor. Dalam teori modul juga dikenal modul khusus yang disebut modul perkalian (*multiplication module*). Misalkan $R$ ring komutatif dengan unsur kesatuan dan $M$suatu $R-$ modul uniter, $M$ disebut modul perkalian jika setiap submodul $M$ adalah dalam bentuk $IM$ untuk suatu $I$ ideal dari $R$ (Erdodu, 1988;209).

Pada tahun 1978 submodul prima diperkenalkan sebagai perumuman dari ideal prima. Adapun penelitian-penelitian terdahulu yang mengkaji mengenai submodul dan modul perkalian antara lain: *Some Remarks on Multiplication Ideals II* (Anderson,2000), Sifat-Sifat Radikal dari Suatu Submodul dari Modul Perkalian Bebas (Munenra, Susanto;2011), dan *Multiplication Modules* (El-Bast dan Smith;1988)

Berdasarkan penjelasan sebelumnya bahwa submodul prima sebagai perumuman dari ideal prima, maka yang menjadi pertanyaan penulis yaitu bagaimana sifat-sifat submodul jika diterapkan dalam modul perkalian dan bagaimana kaitan antara ideal prima dan submodul prima dalam modul perkalian? Untuk itu dalam tulisan ini penulis akan mengkaji “**Sifat-Sifat Submodul dalam Modul Perkalian dan Kaitannya dengan Ideal Prima**”

1. **Rumusan Masalah**

Dari latar belakang tersebut diperoleh rumusan masalah sebagai berikut

1. Bagaimana sifat-sifat submodul dalam modul perkalian?
2. Bagaimana kaitan antara ideal prima dan submodul dalam modul perkalian?
3. **Tujuan Penulisan**
4. Untuk mengetahui sifat-sifat submodul dalam modul perkalian
5. Untuk mengetahui kaitan antara ideal prima dan submodul dalam modul perkalian
6. **Manfaat Penulisan**

Dari penelitian ini, penulis berharap penelitian ini dapat bermanfaat bagi berbagai kalangan, diantaranya:

1. Bagi Penulis

Untuk mempelajari dan memperdalam pemahaman serta mengembangkan wawasan disiplin ilmu khususnya mengenai sifat-sifat submodul dan modul perkalian dan mengetahui kaitan antara ideal prima dan submodul dalam modul perkalian.

1. Bagi pembaca

Sebagai tambahan wawasan dan informasi tentang modul, modul perkalian, submodul, dan ideal prima dan mengetahui sifat-sifat submodul dalam modul perkalian dan kaitan antara submodul prima dengan ideal prima dalam modul perkalian.