**SOLUSI NUMERIK MODEL MATEMATIKA PENYAKIT PNEUMONIA DENGAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT**

Syafruddin Side, Alimuddin dan Yulianti Vitaria Suangga1

Jurusan matematika, FMIPA Universitas Negeri Makassar

e-mail: [yulianti.vitaria@yahoo.co.id](mailto:yuliantivitaria@yahoo.co.id)

**ABSTRAK**

Penelitian ini membahas mengenai solusi numerik menggunakan Runge-Kutta orde empat pada model SICR penderita penyakit pneumonia. Model SICR penderita penyakit pneumonia yang berbentuk sistem persamaan diferensial yang mencakup jumlah populasi manusia rentan , populasi manusia terinfeksi, populasi manusia dengan sifat bawaan , dan populasi manusia sembuh sebagai nilai awal dan nilai , sebagai parameter dan dilakukan sebanyak beberapa iterasi dengan waktu interval atau tahun. Nilai awal yang diberikan yaitu . Simulasi dilakukan pada setiap populasi. Besar laju populasi manusia rentan , populasi manusia terinfeksi , populasi manusia dengan sifat bawaan dan populasi manusia sembuh Dari hasil yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa laju populasi manusia rentan dan populasi manusia terinfeksi mengalami penurunan, sedangkan untuk populasi dengan sifat bawaan dan populasi sembuh mengalami peningkatan pada lima tahun kedepan.

**Kata kunci:***Pneumonia, Runge-Kutta Orde Empat,Solusi Numerik*

**ABSTRACK**

**Yulianti Vitaria Suangga.2017**.”Numerical Solution Of Mathematical Model Of Pneumonia Disease With Four Order Runge-Kutta Method”. **Thesis.** Mathematics Department Faculty Of Math A Saince, Makassar State University. (Adrisors: Syafruddin and Alimuddin ).

This study discusses numerical solutions using fourth order Runge-Kutta m SICR model of pneumonia disease. SICR model of pneumonia disease in the from of a system of differential equations that includes the number of suspectible human populations , infected human populations , human populations with congenital traits and cured human population as initial value as a parameter and performed as much as sereral interations with interval time or year.the intial qiren . The simulations were performed on each populations. Rates of human populations were vulnerable , infectes human populations , human populations with congenital traits and cured human populationa from the result, is can be concluded that the rate of susceptible human populations and infected human population decreased while for the population of congetical traits and the cure population have increased in the next 5 years

**Key words**: *Pneumonia, Four Order Runge-Kutta, Numerical Solutions*

**STUDI LITERATUR**

**Sistem Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Linear**

Persamaan diferensial biasa linier memiliki bentuk umum seperti pada persamaan (1) berikut:

(1)

dengan , disebut koefisien persamaan diferensial. Fungsi *f*(*t*) disebut input atau unsur nonhomogen. Jika *f*(*t*) disebut *input*, maka solusi dari persamaan diferensial *x*(*t*) biasanya disebut *output*. Jika ruas sebelah kanan bernilai nol untuk semua nilai *t* dalam interval yang ditinjau, maka persamaan ini dikatakan homogen, sebaliknya dikatakan non homogen.

**Contoh :**

(Waluya, 2006).

**Metode Runge-Kutta**

Metode Runge-Kutta merupakan metode yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan dari fungsi. Bentuk umum dari metode Runge-Kutta seperti pada persamaan (2)

(2) dengan adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval dan digunakan untuk mengekstrapolasi dari nilai lama ke nilai baru sepanjang interval h. Fungsi pertambahan dapat ditulis dalam bentuk umum seperti pada persamaan (2.3)

(3)

dengan adalah konstanta dan adalah:

(4)

(5)

(6)

dengan p dan q adalah konstanta. Nilai k menunjukkan hubungan berurutan. Nilai muncul dalam persamaan (5), yang keduanya juga muncul dalam persamaan (6), dan seterusnya.

**Metode Runge-Kutta Orde Empat**

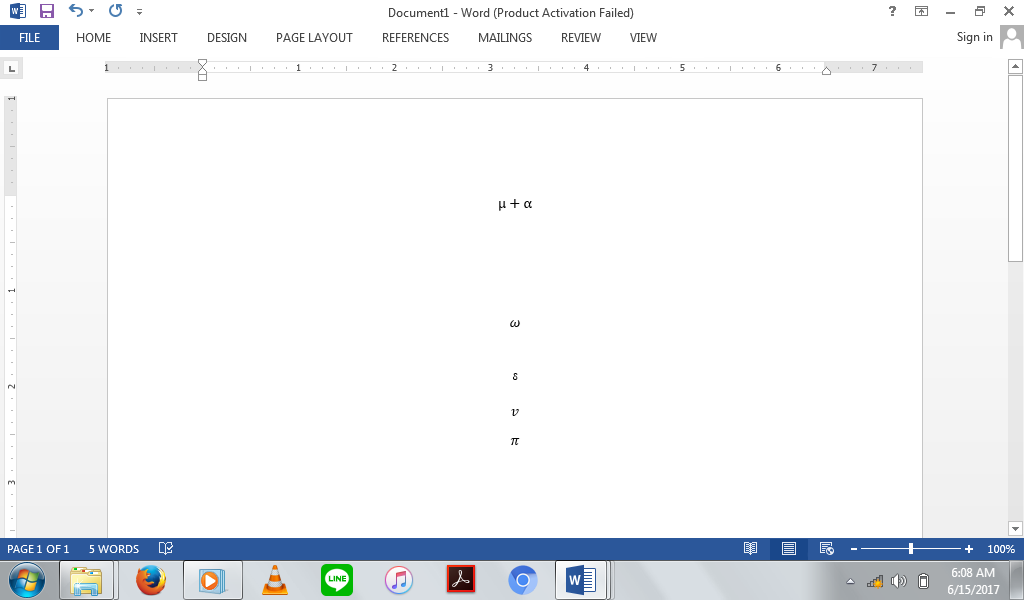
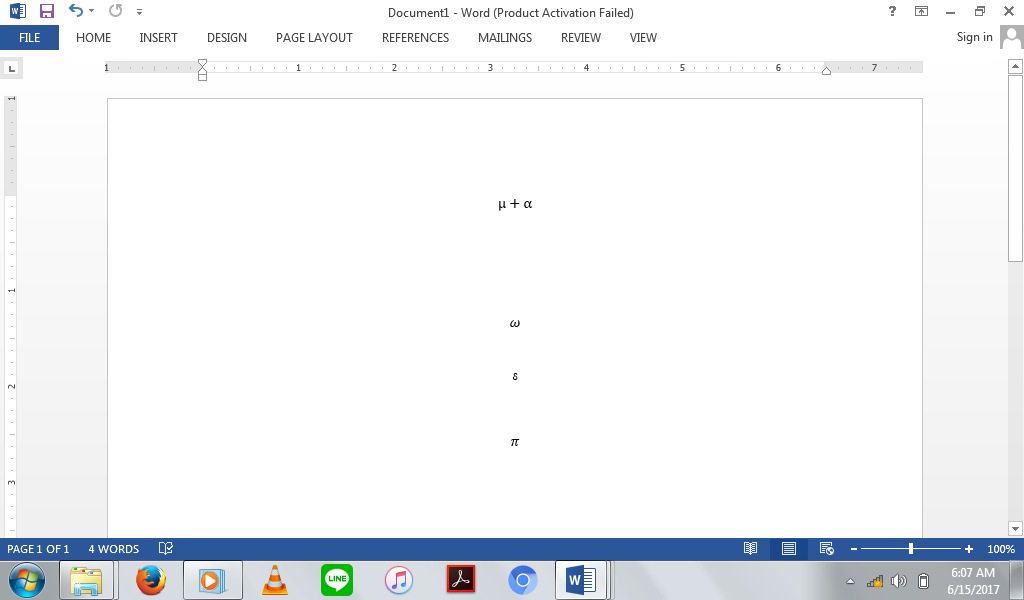
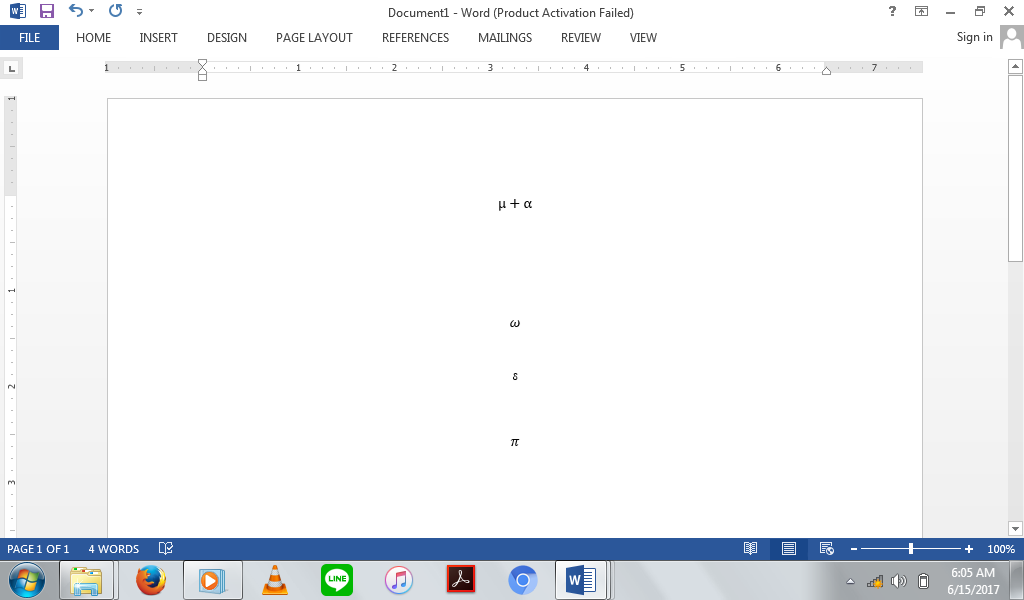
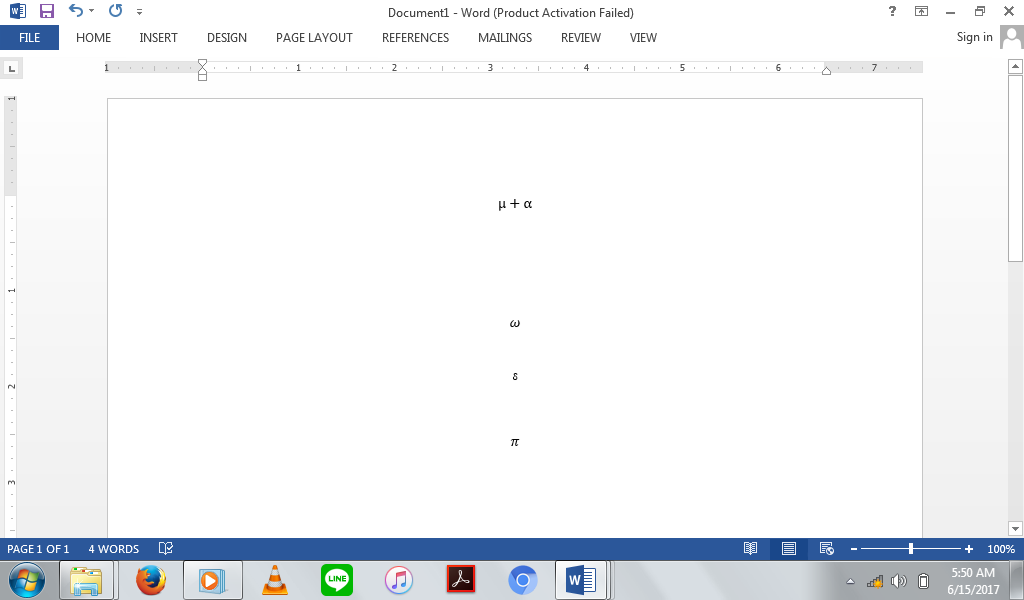
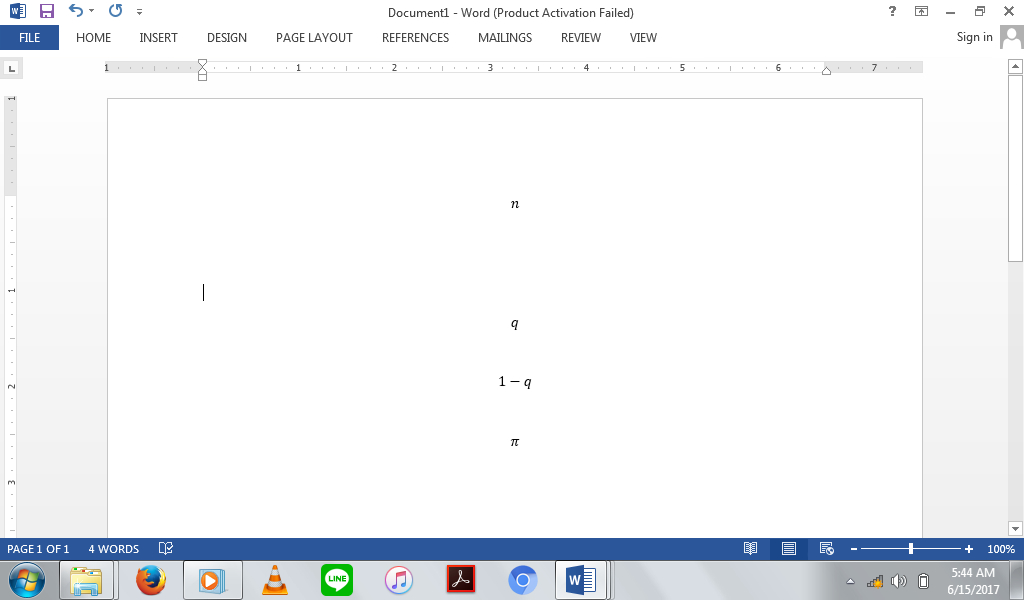
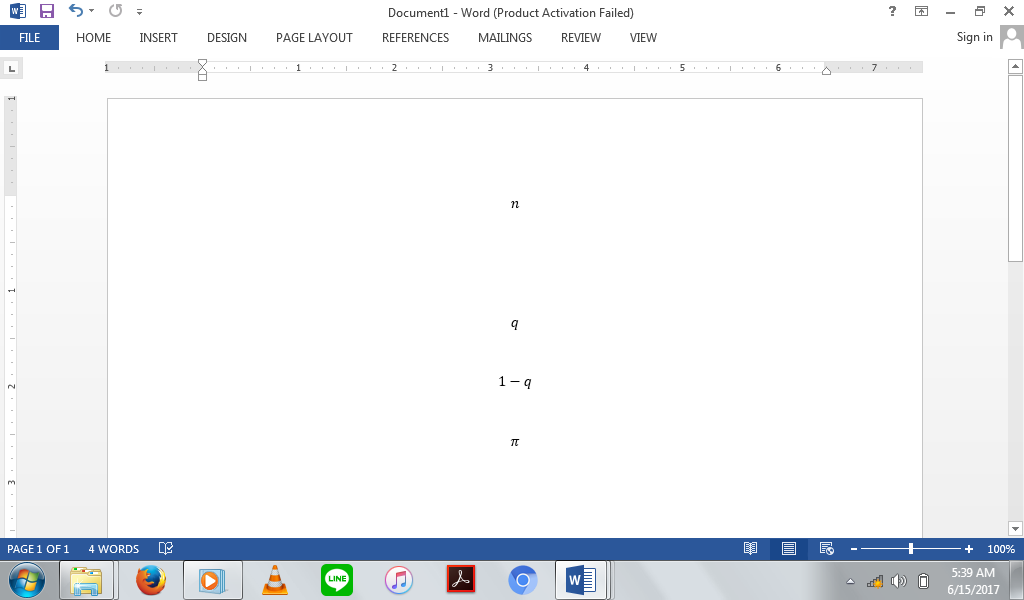
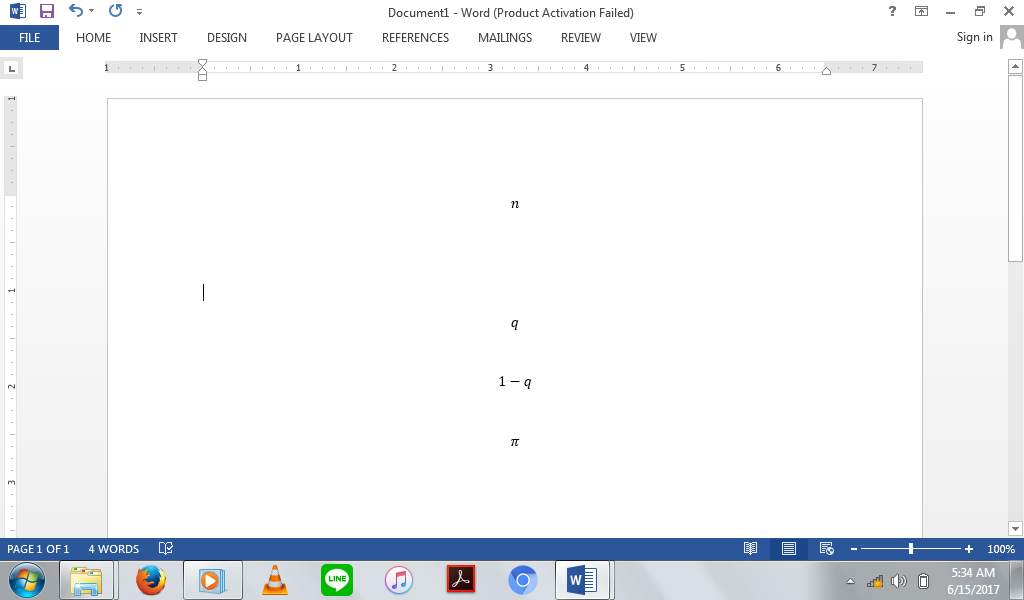
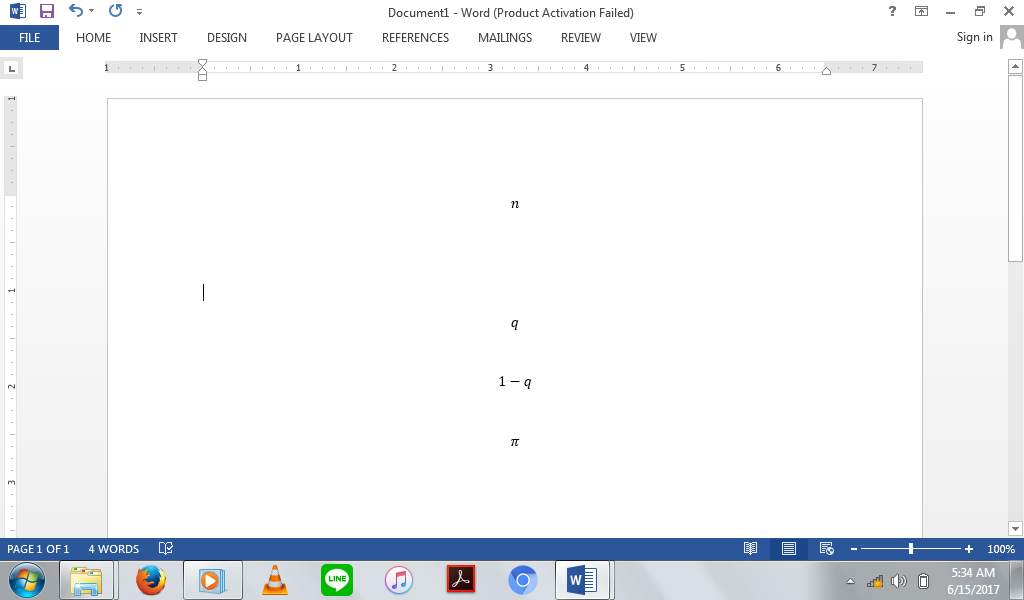
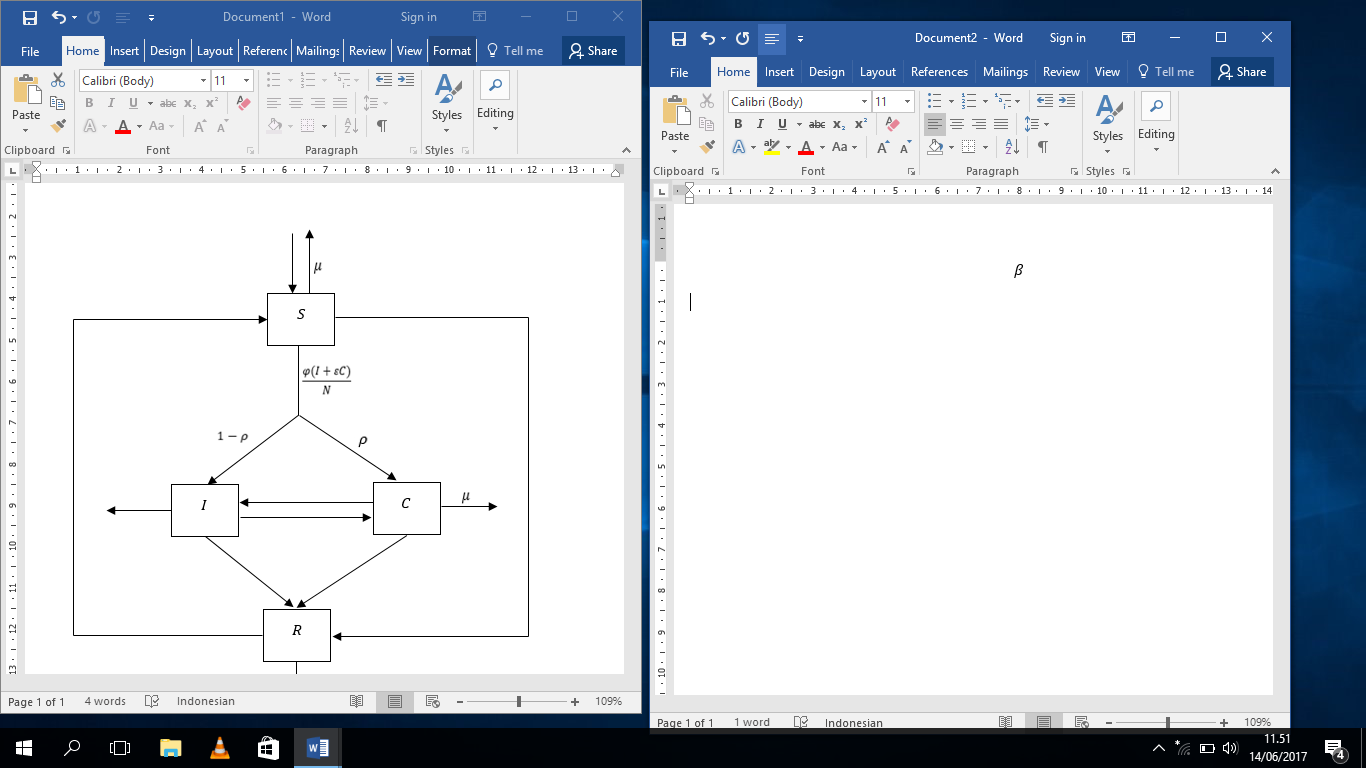
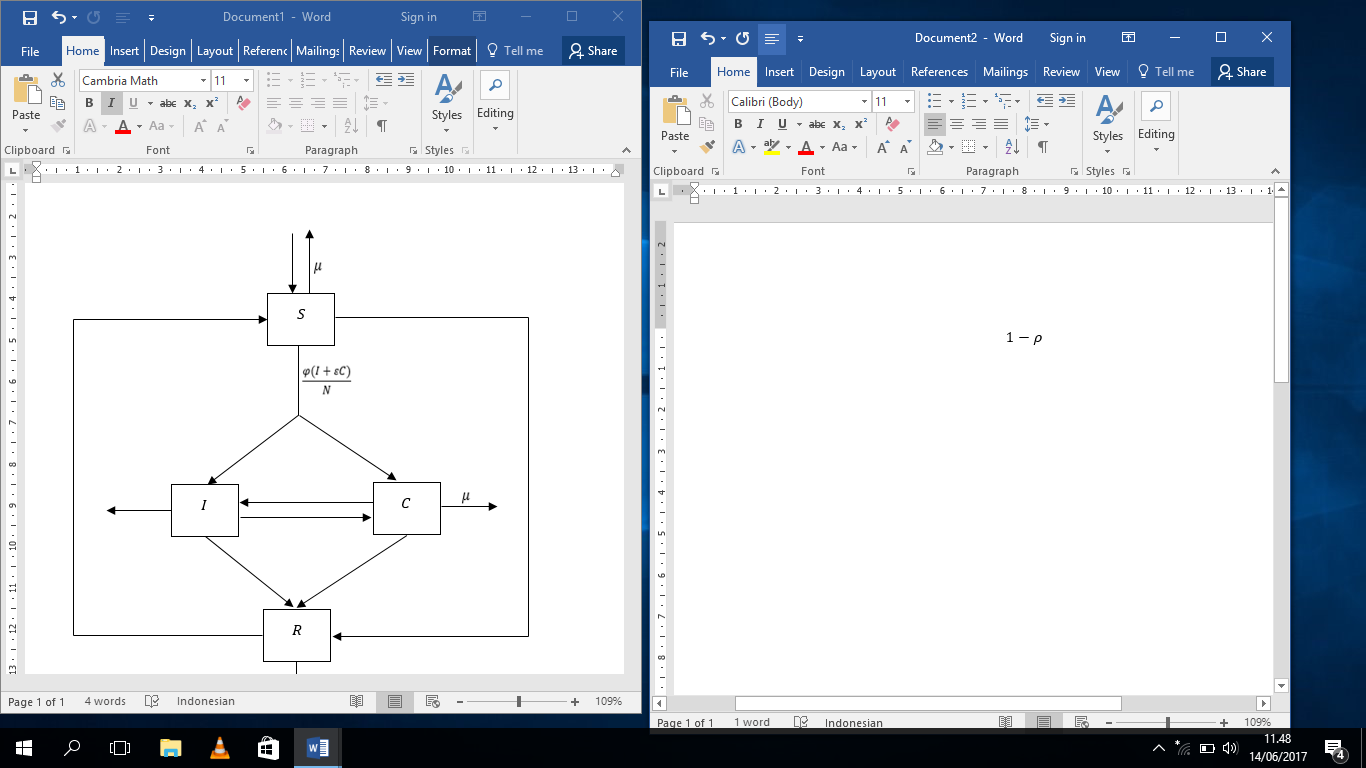
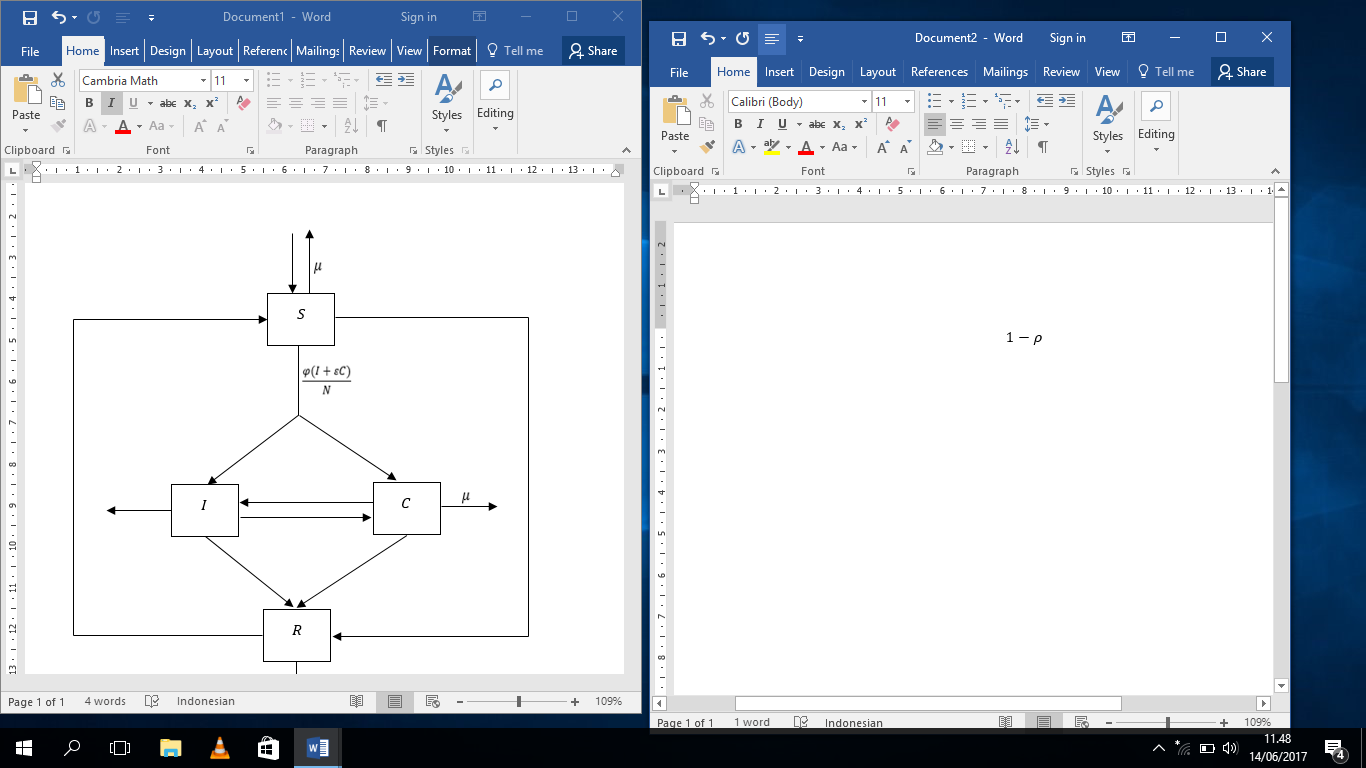
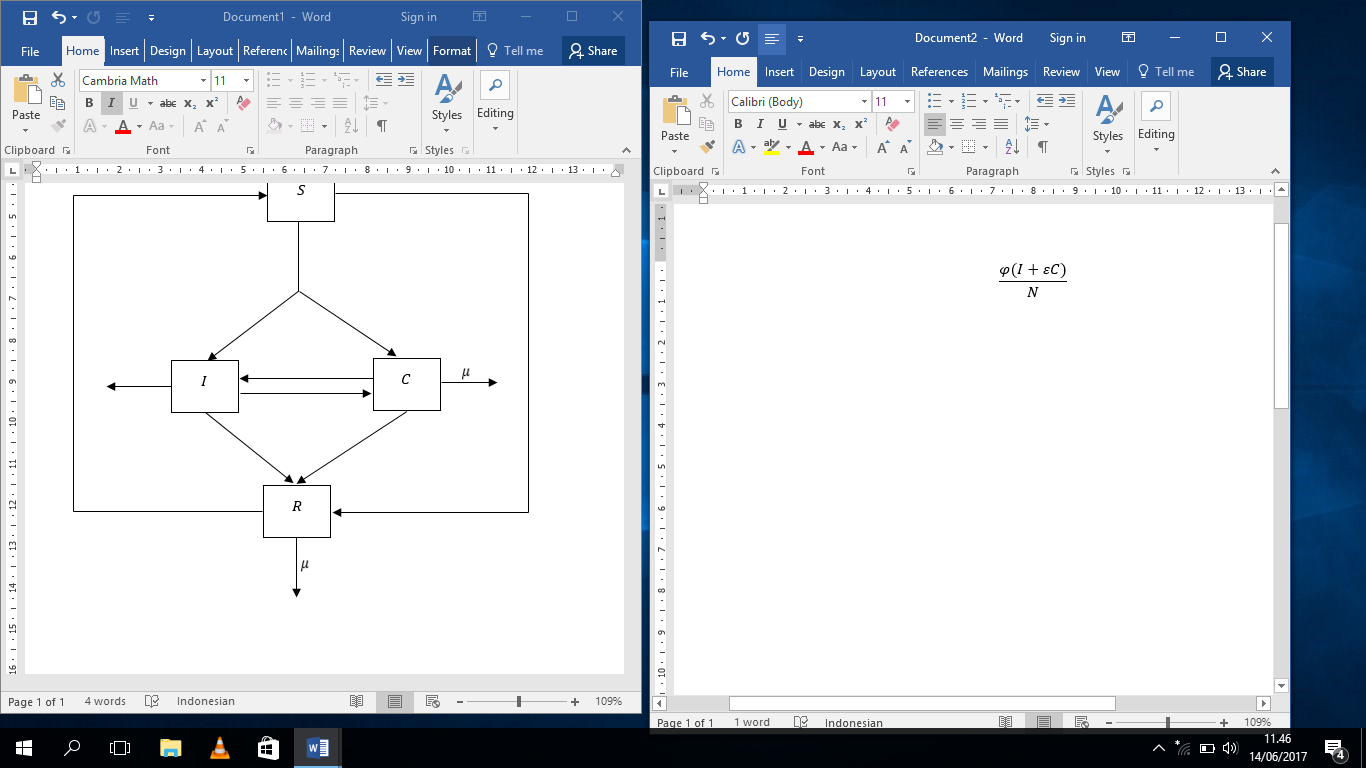
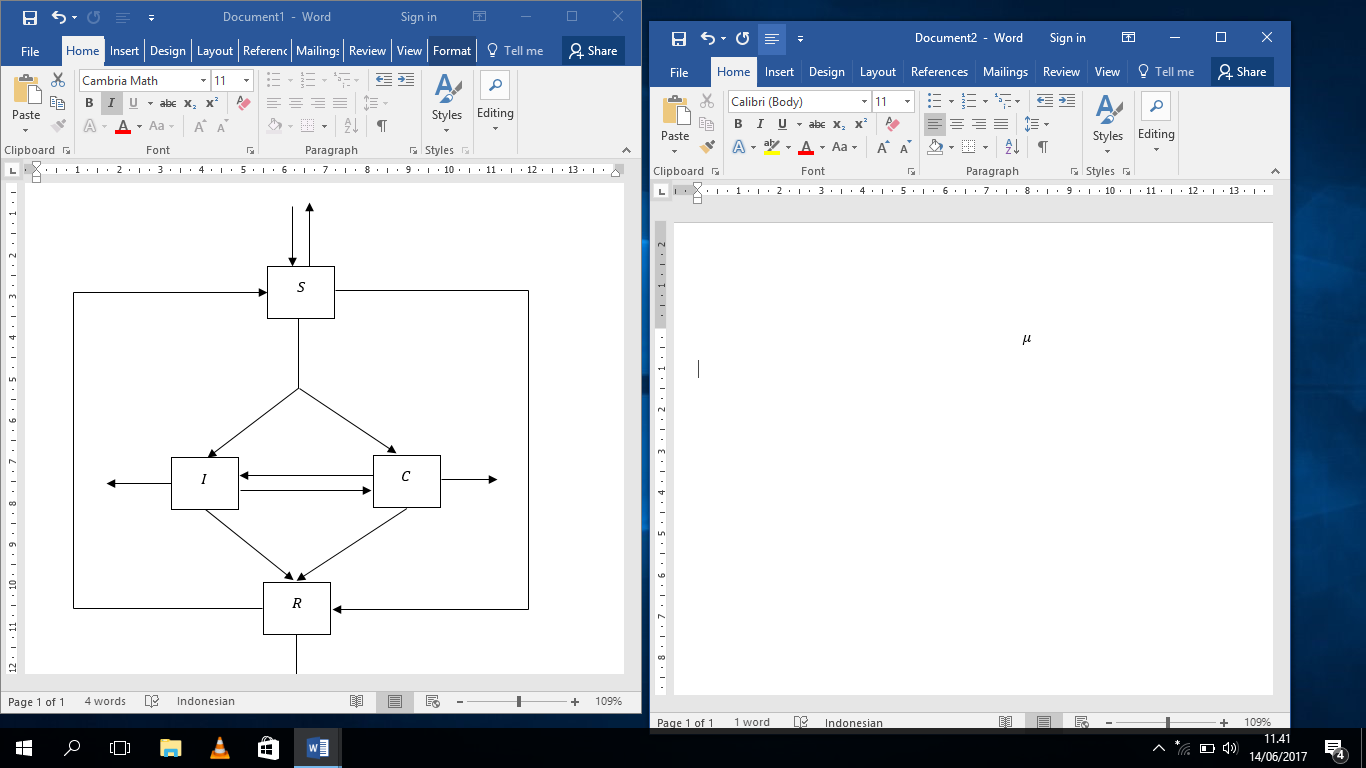
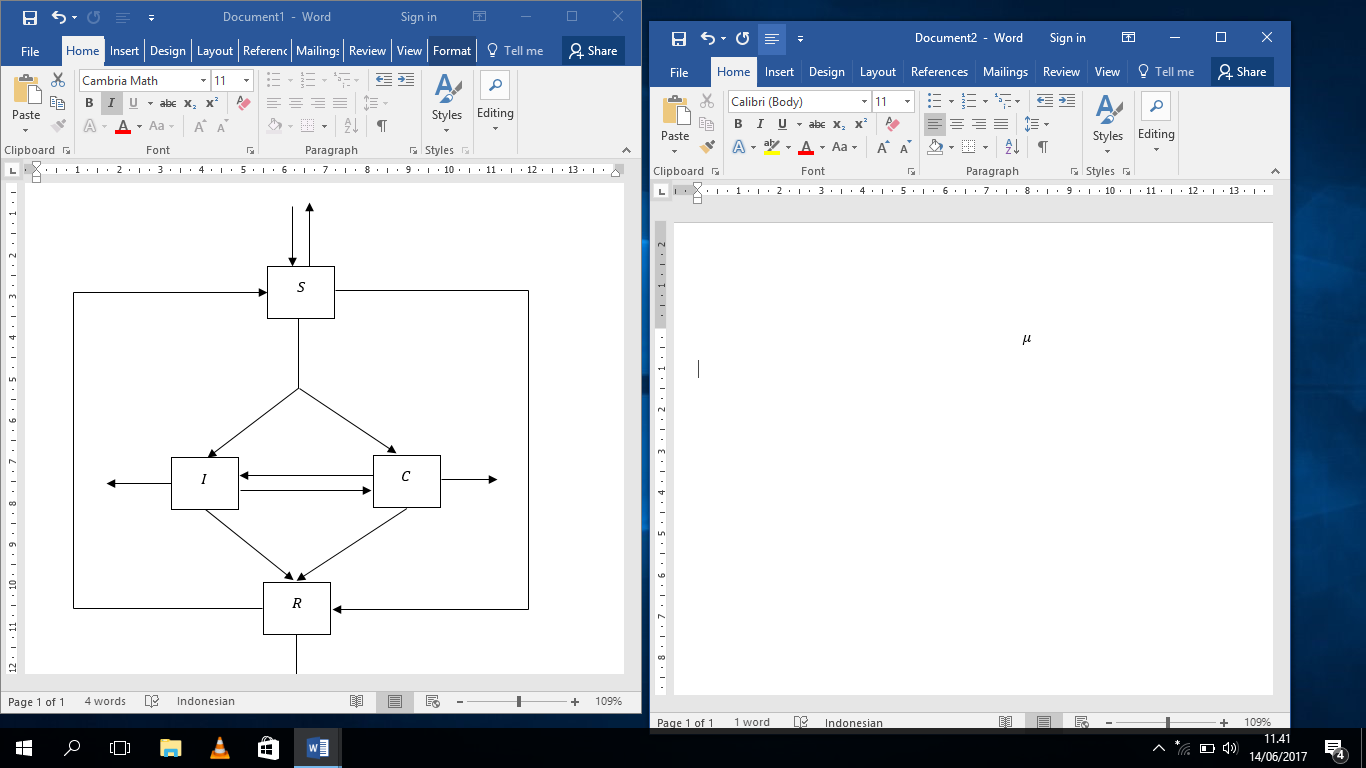
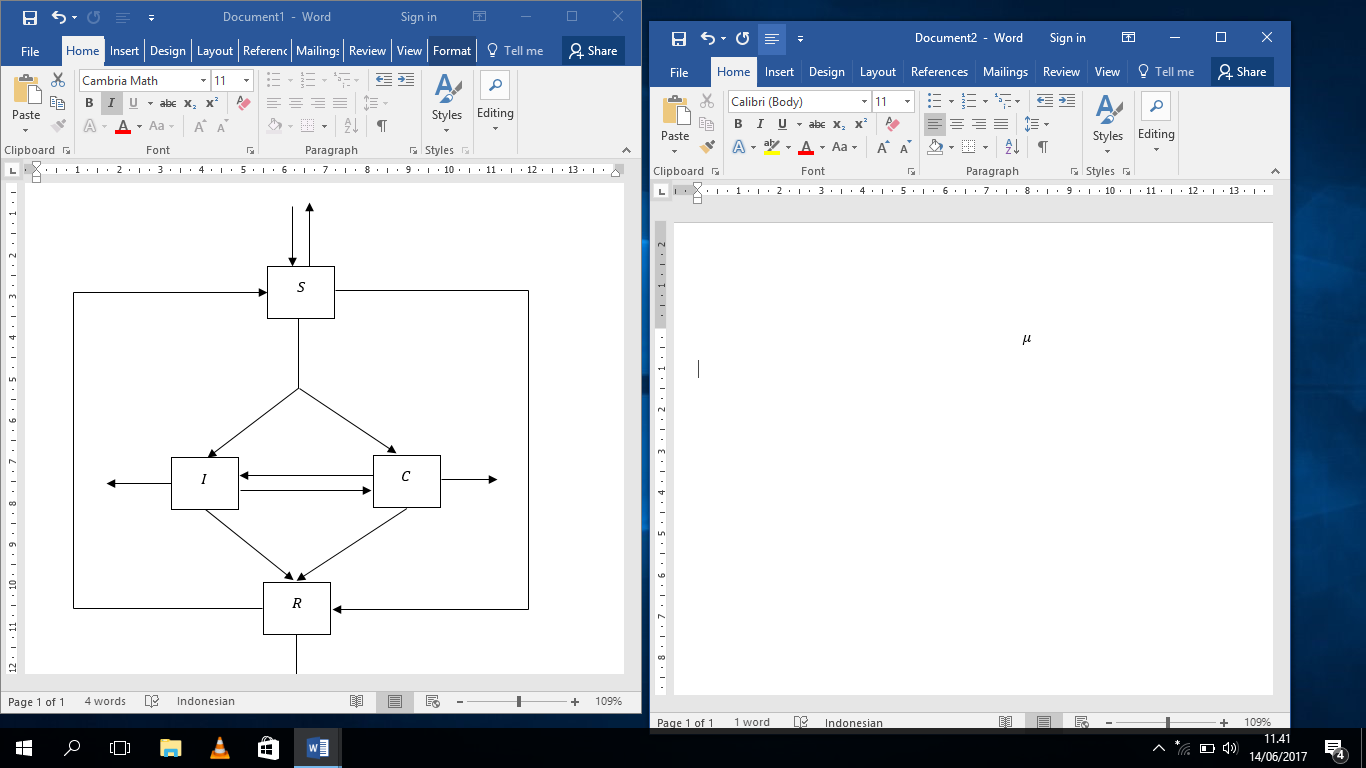
Metode Runge-Kutta orde empat mempunyai bentuk sebagaimana pada persamaan (7).

(7)

dengan

**Model Matematika Penyakit Pneumonia**

Dalam hal ini penyakit pneumonia yang diderita oleh balita diperoleh model SICR (Ong’ala Jacob et al ). Dibagi kedalam empat kelas yakni: kelas populasi rentan kelas populasi terinfeksi (*infected*), kelas populasi dengan sifat bawaan dan kelas populasi sembuh.



**Gambar 1.**Diagram Transfer penyebaran penyakit pneumonia dengan sifat bawaan

Parameter yang digunakan antara lain adalah laju kematian alami, adalah laju kelahiran, adalah peluang terjadinya kontak individu rentan ke individu pada kelas bawaan atau peluang terjadinya kontak individu yang rentan ke individu yang terinfeksi penyakit yaitu adalah laju sifat bawaan yang terinfeksi, adalah laju individu terinfeksi dapat pulih kembali, adalah peluang individu yang bersih dari bakteri ditubuhnya dan memperoleh kekebalan sementara pada yang masih membawa bakteri, adalah laju individu pembawa yang pulih memperoleh kekebalan sementara tingkat kemungkinan infeksi kembali, adalah laju kematian yang disebabkan oleh pneumonia pada populasi terinfeksi, adalah laju kontak penyebab infeksi, adalah tingkat individu rentan yang menunjukkan gejala terinfeksi, adalah laju kekebalan alami, dan adalah laju individu yang terinfeksi oleh kontak terhadap pembawa atau yang terinfeksi.

Berdasarkan Gambar 1 diperoleh model matematika yang berupa sistem persamaan diferensial nonlinear yang memuat variabel S, I, C dan R menyatakan jumlah populasi pada saat . Sehingga sistem persamaan diferensial dari Gambar 1 adalah sebagaimana pada persamaan (8) hingga (11) berikut:

(8)

(9)

(10)

(11)

**METODOLOGI PENELITIAN**

Penelitian ini dilakukan pada bulan Juli sampai Agustus 2017 dan menggunakan data penderita penyakit pneumonia tahun 2016 yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Provinsi Suawesi Selatan.

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Persamaan (8) sampai (11) diatas akan diselesaikan menggunakan metode runge-kutta orde empat seperti pada persamaan (7). persamaan (8) sampai (11) disubtitusikan pada persamaan runge-kutta orde empat sehingga diperoleh persamaan (12) sampai (15) berikut:

(12)

(13)

(14)

(15)

Dengan

**Simulasi Model Secara Numerik Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat**

Asumsi yang akan digunakan sebagai nilai awal variabel yang akan digunakan dalam simulasi solusi numerik model SICR penyakit pneumonia menggunakan runge-kutta orde empat dapat dilihat pada Tabel 1 berikut:

**Tabel 1.** Nilai Awal

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Variabel | Nilai | Keterangan |
|  | 31759 | Data populasi manusia yang rentan terinfeksi penyakit |
|  | 5793 | Data populasi manusia yang terinfeksi penyakit |
|  | 2356 | Data populasi manusia yang memiliki bawaan |
|  | 6983 | Data pupolasi manusia yang telah sembuh dari penyakit |

Nilai parameter- parameter yang ada pada model penyakit pneumoia pada balita dapat dilihat pada tabel 2. berikut:

**Table 2.** Nilai Parameter

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Parameter | Nilai | Keterangan |
|  | 0,0002 | Laju kematian alami |
|  | 0,0808 | Laju rekruitmen individu perkapita pada populasi balita |
|  | 0,02 | Laju kematian disebabkan oleh pneumonia pada populasi yang terinfeksi |
|  | 0,625 | Peluang individu yang pulih |
|  | 0,0416 | Laju individu terinfeksi dapat pulih kembali |
|  | 0,0104 | Laju individu pembawa yang pulih memperoleh kekebalan sementara |
|  | 0,924 | Peluang terjadinya kontak antara individu yang rentan terinfeksi |
|  | 0,47 | Laju kontak penyebab infeksi |
|  | 0,00144 | Tingkat individu rentan yang menunjukkan gejala terinfeksi |
|  | 0,0416 | Tingkat kemungkinan terinfeksi kembali |
|  | 0,0138 | Laju sifat bawaan yang menunjukkan gejala terinfeksi |
|  | 0,74 | Laju kesembuhan alami |
|  | 0,003251123017 | Laju individu yang terinfeksi oleh kontak terhadap pembawa atau juga orang yang terinfeksi |

(Jacob, 2013)

Simulasi yang dilakukan yaitu dengan mensubtitusikan nilai awal dan nilai parameter-parameter yang diberikan seperti pada Tabel 1 dan 2 kedalam persamaan (8) sampai (11) yang merupakan solusi numerik model matematika penyakit pneumonia menggunakan metode Runge-Kutta orde empat yang selanjutnya akan digambarkan melalui plot grafik menggunakan plikasi *maple.*

Waktu interval atau jarak langkah yang digunakan adalah h=0,01. Semakin kecil jarak langkah yang diberikan maka semakin tinggi pula tingkat ketelitian hasil yang diberikan. Selanjutnya diberikan sebagai nilai awal sehingga diperoleh hasil solusi numerik model matematika penyakit pneumonia menggunakan metode Runge-Kutta orde empat sebagaimana pada persamaan (16)sampai (19) berikut:

(16)

(17)

(18)

(19)

Dengan

-23320,69062

-317,6474164

127,8728930

23303,44385

-23229,46679

127,8743311

23303,76354

-23138,24039

-317,4951726

23222,63359

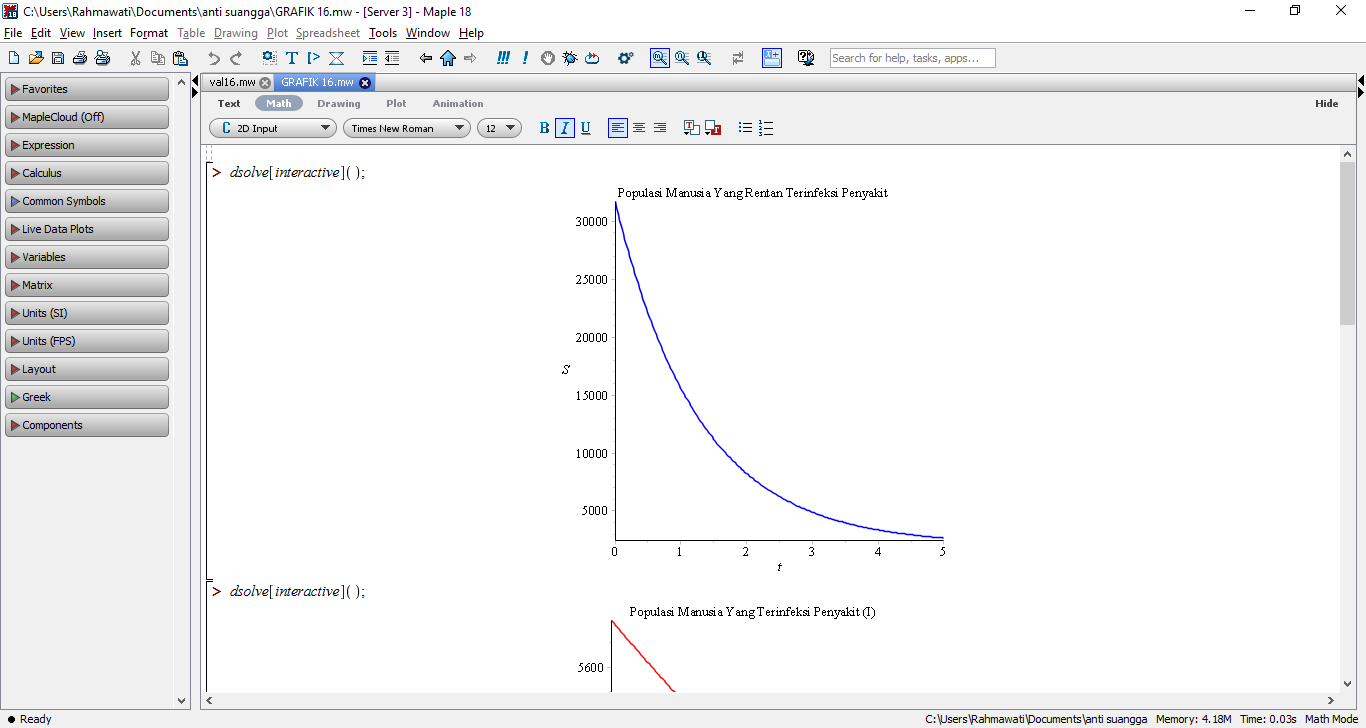
Kemudian dengan mensubtitusikan nilai sampai , sampai , sampai , dan sampai kedalam persamaan (16) sampai (19) didapatkan solusi numerik model matematika penyakit pneumonia menggunakan metode Runge-Kutta orde empat sebagai berikut:

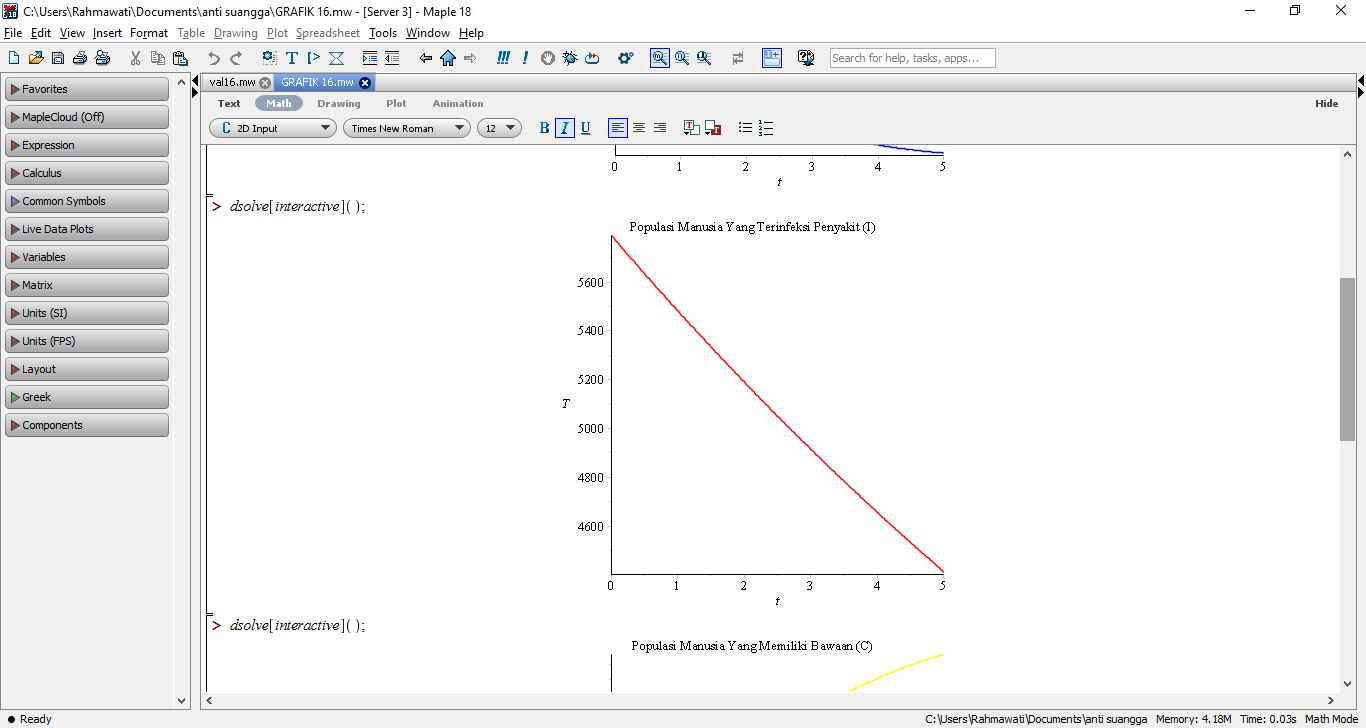
31526,70653

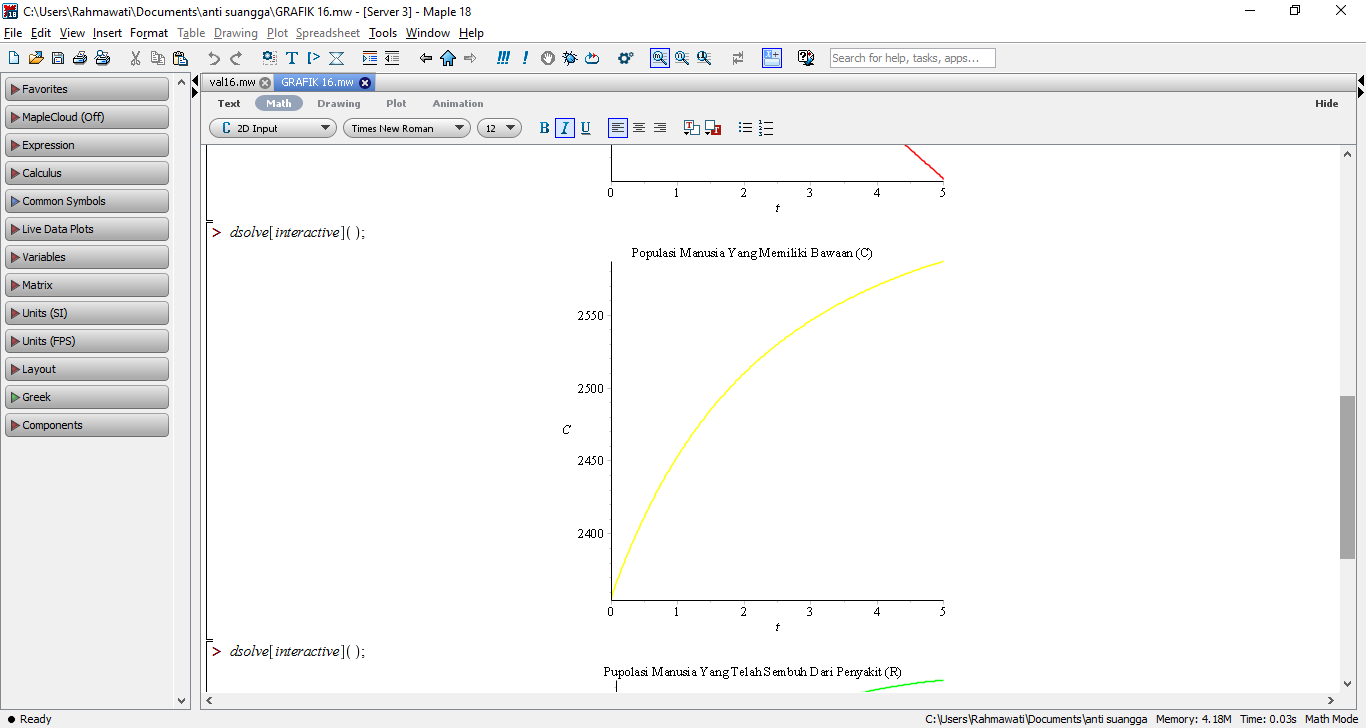
2357,278739

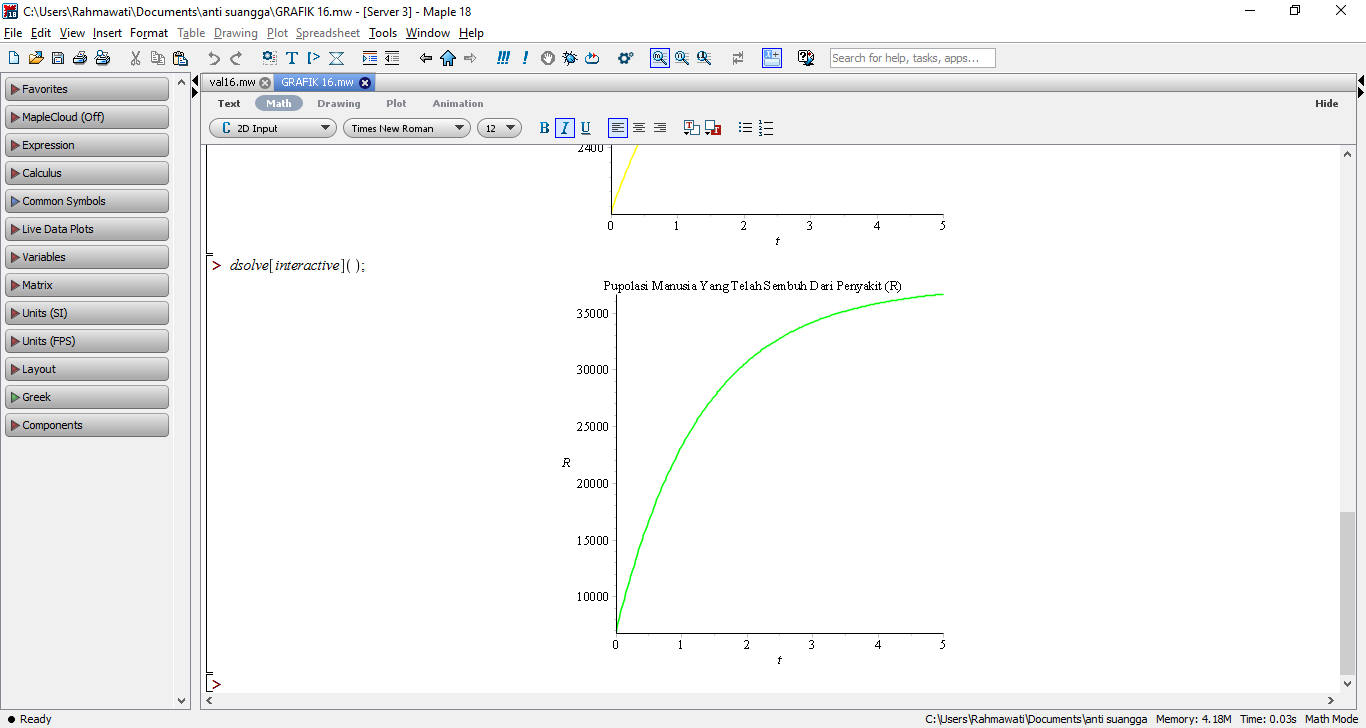
7216,036566

Hasil iterasi untuk kelas populasi akan ditunjukkan pada plot grafik seperti pada Gambar 1 sampai Gambar 4 sebagai berikut:

**Gambar 1.** Populasi Manusia Yang Rentan (S) Terinfeksi Pneumonia



**Gambar 2.** Populasi Manusia Yang Terinfeksi Penyakit Pneumonia



**Gambar 3.** Populasi Manusia Dengan Sifat Bawaan Penyakit Pneumonia

**Gambar 4.** Populasi Manusia Yang Sembuh Dari Penyakit Pneumonia

Dari hasil yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa laju populasi manusia rentan dan populasi manusia terinfeksi mengalami penurunan, sedangkan untuk populasi dengan sifat bawaan dan populasi manusia sembuh mengalami peningkatan pada lima tahun kedepan.

**Kesimpulan**

Adapun kesimpulan pada penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Berdasarkan simulasi yang dilakukan didapatkan solusi numerik model matematika penyakit pneumonia menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dengan waktu interval atau diperoleh untuk populasi manusia rentan terinfeksi penyakit pneumonia populasi manusia terinfeksi 5789,824287; populasi manusia dengan sifat bawaan ; dan populasi manusia yang sembuh .
2. Dengan menyelesaikan simulasi model matematika penyakit pneumonia di provinsi Sulawesi Selatan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat kita dapat memprediksi besarnya populasi-populasi yang ada pada model matematika penyakit pneumonia untuk lima tahun. Diantaranya, besarnya populasi manusia yang rentan terinfeksi penyakit adalah 2663, besarnya populasi manusia yang terinfeksi penyakit pneumonia adalah 4412, besarnya populasi manusia dengan sifat bawaan penyakit pneumonia adalah 2587, dan besarnya populasi yang sembuh adalah 36676.

**Saran**

Pada penelitian ini,permasalah yang dibahas adalah menyelesaikan secara numerik model matematika penyakit pneumonia menggunakan metode Runge-Kutta orde empat, sehingga untuk penelitian berikutnya disarankan untuk menggunakan metode numerik yang berorde tinggi lainnya.