JURNAL SAINS DAN PENDIDIKAN FISIKA (JSPF)
Jilid 11 Nomor 1, April 2015
ISSN 1858-330X

ANALISIS ALIRAN FLUIDA NEWTONIAN PADA PIPA TIDAK HORIZONTAL

Vistarani Arini Tiwow
Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Negeri Makassar, Jln. Daeng Tata Raya, Makassar, 90224
e-mail : vistatiwow@unm.ac.id

Abstract: Analysis of Newtonian Fluid Flow in The Unhorizontal Pipe. *Newtonian fluid is a fluid that flows continuously without being influenced by forces acting on the fluid, so that the viscosity doesn't change. In this study, the cases reviewed is a newtonian fluid flow in the unhorizontal pipe. Application of Newton's second law equation is done theoretically. By using the loaded boundary laminar flow, steady flow, and incompressible flow, then obtained the average velocity of the fluid, the fluid volume flow rate, and the mass flow rate of the fluid in the unhorizontal pipe.*

Abstrak: Analisis Aliran Fluida Newtonian Pada Pipa Tidak Horizontal. Fluida newtonian merupakan fluida yang mengalir terus tanpa dipengaruhi gaya-gaya yang bekerja pada fluida, sehingga viskositasnya tidak berubah. Dalam studi ini, kasus yang ditinjau adalah aliran fluida Newtonian pada pipa tidak horizontal. Penerapan persamaan hukum II Newton dilakukan secara teoretik. Dengan menggunakan sarat batas aliran laminar, aliran tunak, dan aliran inkompresibel, maka diperoleh kecepatan rata-rata fluida, laju aliran volume fluida, dan laju aliran massa fluida pada pipa tidak horizontal.

Kata Kunci: hukum II Newton, kecepatan rata-rata fluida, laju aliran massa fluida, laju aliran volume fluida, pipa tidak horizontal

Pemahaman fenomena yang berkaitan dengan gerakan fluida, harus dipertimbangkan berdasarkan hukum-hukum dasar yang mengatur gerakan partikel-partikel fluida. Pertimbangan tersebut meliputi konsep-konsep gaya dan percepatan. Pada makalah ini akan dibahas secara terperinci penggunaan hukum kedua Newton yang diterapkan pada gerakan partikel fluida yang dianggap "ideal". Fluida seperti ini disebut fluida Newtonian (McDonough, 2009).

Fluida Newtonian didefinisikan sebagai fluida yang tegangan gesernya berbanding lurus secara linier dengan gradien kecepatan pada arah tegak lurus dengan bidang geser. Definisi ini memiliki arti bahwa fluida Newtonian akan mengalir terus tanpa dipengaruhi gaya-gaya yang bekerja pada fluida. Sebagai contoh, air adalah fluida Newtonian karena air memiliki sifat-sifat fluida sekalipun pada keadaan diaduk (Spurk and Aksel, 2008).

Meskipun persamaan ini merupakan salah satu yang tertua dalam mekanika fluida dan asumsi yang digunakan dalam menurunkannya sangat banyak, persamaan tersebut dapat secara efektif digunakan untuk memperkirakan dan menganalisis berbagai situasi aliran. Namun, jika persamaan itu diterapkan tanpa memperhatikan dengan tepat keterbatasannya, kesalahan yang serius dapat terjadi.

Ketika sebuah partikel fluida bergerak dari suatu tempat ke tempat yang lain, partikel tersebut biasanya mengalami suatu percepatan atau perlambatan. Menurut hukum kedua Newton tentang gerak, gaya netto yang bekerja pada partikel yang ditinjau harus sama dengan massa dikalikan percepatannya (F = ma) (White, 1991).

Diasumsikan bahwa gerakan fluida hanya diatur oleh gaya-gaya tekanan dan gravitasi serta menggunakan hukum kedua Newton yang diterapkan pada sebuah partikel fluida dalam bentuk : "(gaya tekan netto pada sebuah partikel) + (gaya gravitasi netto pada sebuah partikel) = (massa partikel) x (percepatan partikel)" (Spurk and Aksel, 2008). Hasil dari interaksi antara tekanan, gravitasi, dan percepatan memberikan banyak penerapan yang berguna di dalam mekanika fluida.

Pada analisis teoretis ini, akan dijabarkan secara narasi penerapan hukum kedua Newton pada aliran fluida Newtonian dalam pipa tidak horizontal. Kasus-kasus yang diselesaikan secara eksak kebanyakan dibahas untuk aliran laminer pada pipa yang horizontal. Oleh karena itu, kasus aliran fluida laminer pada pipa tidak horizontal diselesaikan permasalahannya dengan menerapkan batasan-batasan yang tepat selama proses penyelesaian berlangsung untuk memperoleh kecepatan rata-rata fluida, laju aliran volume fluida, serta laju aliran massa fluida.

METODE

Hukum kedua Newton (F = ma) diterapkan secara langsung pada elemen fluida. Elemen tersebut adalah silinder bundar fluida dengan panjang *l* dan jari-jari r yang berpusat pada sumbu sebuah pipa tidak horizontal berdiameter D. Penerapan langsung hukum kedua Newton untuk gerak fluida dibatasi pada, (1) aliran laminar, (2) aliran tunak, dan (3) aliran inkompresibel (tak mampu-mampat) (Munson, *et al.*, 1998).

HASIL DAN DISKUSI

Aliran di dalam bagian yang panjang, lurus, dengan diameter konstan dari sebuah pipa menjadi berkembang penuh. Artinya, profil kecepatannya sama pada setiap penampang manapun dari pipa tersebut. Meskipun kebanyakan aliran adalah turbulen dibandingkan laminar dan banyak pipa tidak cukup panjang untuk dapat memperoleh aliran berkembang penuh, pembahasan teoretis dan pemahaman menyeluruh mengenai aliran laminar berkembang penuh sangat penting. Terdapat banyak cara untuk menurunkan hasil penting yang berkaitan dengan aliran laminar berkembang penuh. Salah satunya adalah penerapan hukum kedua Newton pada elemen fluida (Munson, *et al.*, 1998).

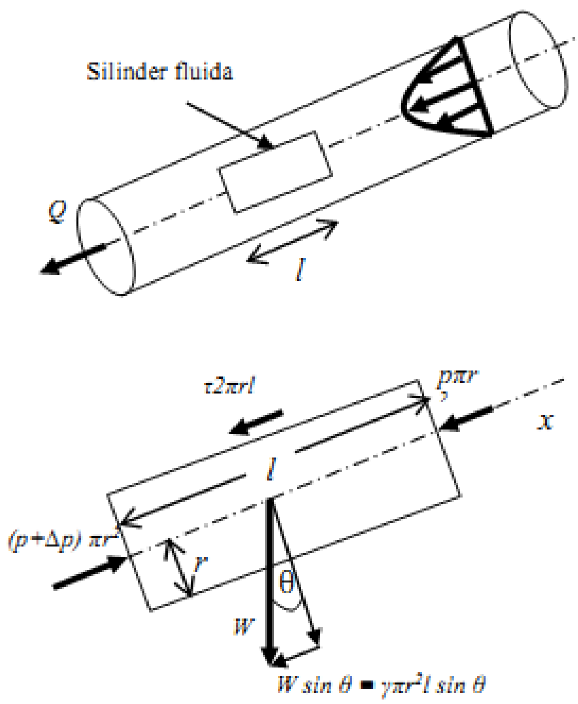
Seperti ditunjukkan pada Gambar 1, kita mengisolasi silinder fluida dan menerapkan hukum kedua Newton, $F_x = ma_x$. Dalam hal ini, meskipun fluida sedang bergerak, namun tidak mengalami percepatan, sehingga $a_x = 0$. Jadi, aliran pipa tidak horizontal berkembang penuh adalah kesetimbangan antara tekanan, gaya viskos dan gaya berat. Kesetimbangan gaya ini dapat ditulis sebagai

$$p\pi r^2 + \tau 2\pi r l + w\sin\theta - (p+\Delta p)\pi r^2 = 0$$

$$\Delta p \pi r^2 - w\sin\theta = \tau 2\pi r l$$

$$\Delta p \pi r^2 - \gamma\pi r^2 l \sin\theta = \tau 2\pi r l$$

$$\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{l} = \frac{2\tau}{r} \qquad (1)$$



Gambar 1. Diagram benda bebas dari silinder fluida untuk aliran dalam pipa yang tidak horizontal (Munson, *et al.*, 1998)

Persamaan (1) menyatakan kesetimbangan dasar dari gaya-gaya yang diperlukan untuk menggerakkan setiap partikel fluida sepanjang pipa dengan kecepatan konstan. Karena baik Δp maupun *l* bukanlah fungsi dari koordinat radial *r*, maka 2τ/r pasti juga tidak bergantung pada r. Artinya, τ = Cr, di mana C adalah sebuah konstanta. Pada r = 0 (sumbu pipa) tidak ada tegangan geser (τ = 0). Pada r = D/2 (dinding pipa), tegangan geser maksimum dinyatakan dengan τ_w, tegangan geser dinding. Jadi, C = $2\tau_w/D$ dan distribusi tegangan geser di seluruh pipa adalah fungsi linier dari koordinat radial,

$$\tau = \frac{2\tau_w r}{D} \tag{2}$$

Ketergantungan linier dari τ terhadap r adalah akibat dari gaya tekanan yang sebanding terhadap r^2 (tekanan bekerja pada ujung silinder fluida dengan luas = πr^2) dan tegangan geser yang sebanding terhadap r (tegangan geser bekerja pada selimut silinder dengan luas = $2\pi rl$). Jika viskositas nol tidak akan ada tegangan geser dan tekanan akan konstan di seluruh pipa horizontal tersebut (Δp = 0). Persamaan (2) disubstitusikan ke persamaan (1) diperoleh,

$$\Delta p - \gamma l \sin\theta = \frac{4\tau_w r}{D} \tag{3}$$

Jika pipa relatif panjang l/D >> 1, tegangan geser yang kecil dapat menghasilkan Δp yang besar.

Untuk aliran laminar dari fluida Newtonian, tegangan geser sebanding dengan gradien kecepatan (Spurk and Aksel, 2008 ; Bar-Meir, 2013 ; Nakayama and Boucher, 1991),

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr} \tag{4}$$

Tanda negatif menunjukkan nilai $\tau > 0$ dengan $du/dr < 0$ (kecepatan berkurang dari sumbu ke arah dinding pipa).

Persamaan (3) dan (4) menunjukkan dua hukum pengatur untuk aliran laminar berkembang penuh dari sebuah fluida Newtonian di dalam sebuah pipa tidak horizontal. Dengan mengkombinasikan kedua persamaan tersebut, diperoleh,

$$\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{l} = \frac{2\tau}{r}$$

$$\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{l} = \frac{2\left(-\mu \frac{du}{dr}\right)}{r}$$

$$-2\mu l \frac{du}{dr} = (\Delta p - \gamma l \sin\theta) r$$

$$\frac{du}{dr} = -\left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{2\mu l}\right) r \tag{5}$$

Persamaan diintegralkan sehingga memberikan profil kecepatan sebagai berikut,

$$\int du = \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{2\mu l}\right) \int r dr$$

$$u = -\left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{4\mu l}\right) r^2 + C \tag{6}$$

dimana C adalah sebuah konstanta. Karena fluida viskos, maka fluida tersebut menempel pada dinding pipa sehingga u = 0 pada r = D/2, sehingga nilai $C = \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{16\mu l}\right) D^2$. Jadi, profil kecepatan dapat ditulis sebagai,

$$u(r) = \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{16\mu l}\right) D^2 \left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right]$$

$$u(r) = V_C \left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right] \tag{7}$$

dimana $V_C = \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{16\mu l}\right) D^2$ adalah kecepatan maksimum di sumbu tengah pipa. Sedangkan kecepatan minimum pada dinding pipa (Munson, *et al*., 1998).

Dengan menggunakan persamaan (1) dan (2) ke persamaan kecepatan di sumbu tengah, sehingga diperoleh,

$$V_C = \left(\frac{\frac{2\tau l}{r}}{16\mu l} \right) D^2 = \frac{2\tau D^2}{16\mu r}$$

$$V_C = \frac{\tau_w D}{4\mu} \tag{8}$$

Persamaan (8) disubstitusikan ke dalam persamaan (7) didapatkan,

$$u(r) = \frac{\tau_w D}{4\mu}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \tag{9}$$

dimana R = D/2 adalah jari-jari pipa.

Laju aliran volume melalui pipa dapat diperoleh dengan mengintegralkan profil kecepatan di seluruh penampang pipa. Karena alirannya simetris terhadap sumbu tengah, kecepatan akan konstan pada luas daerah kecil yang membentuk cincin dengan jari-jari r dan ketebalan dr (White, 1999). Jadi,

$$Q = \int u dA = \int_{r=0}^{r=R} u(r) 2\pi r dr$$

$$Q = 2\pi V_C \int_0^R \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] r dr$$

$$Q = 2\pi V_C \left[\frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{4R^2}\right]$$

$$Q = \frac{\pi r^2 V_C}{2} \tag{10}$$

Menurut definisi kecepatan rata-rata adalah laju aliran dibagi dengan luas penampang $V = Q/A = Q/\pi r^2$, sehingga untuk aliran ini,

$$V = \frac{\pi R^2 V_C}{\pi r^2} = \frac{V_C}{2}$$

$$V = \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{32\mu l}\right) D^2 \tag{11}$$

sehingga laju aliran volume,

$$Q = \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{32\mu l}\right) D^2 \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)$$

$$Q = \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{128\mu l}\right) \pi D^4 \tag{12}$$

Laju aliran massa fluida di seluruh pipa :

$$\dot{m} = \rho v A = \rho Q$$

$$\dot{m} = \rho \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{128\mu l}\right) \pi D^4 \tag{13}$$

Untuk kekekalan massa, laju aliran massa fluida yang masuk ke pipa sama dengan laju aliran massa fluida yang keluar dari pipa $(\dot{m}_1 = \dot{m}_2)$ (Bulu, 2001; McDonough, 2009).

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \rho \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{128\mu l}\right) \pi D^4 \tag{14}$$

Tampak pada persamaan (14) bahwa gaya penggerak untuk aliran pipa dapat berupa sebuah penurunan tekanan dalam arah aliran Δp atau komponen berat dalam arah aliran *γl sin θ*. Jika aliran menurun, gravitasi membantu aliran (diperlukan penurunan tekanan yang lebih kecil; sin θ < 0). Jika aliran mendaki, gravitasi bekerja melawan aliran (diperlukan penurunan tekanan yang lebih besar; sin θ > 0) (White, 1991; Munson, *et al.*, 1998).

SIMPULAN

Hukum II Newton dapat diterapkan secara langsung pada elemen fluida dengan menggunakan sarat batas yang berkaitan dengan aliran laminar berkembang penuh, sehingga diperoleh :

a. Kecepatan rata-rata fluida di seluruh pipa tidak horizontal :

$$V = \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{32\mu l} \right) D^2$$

b. Laju aliran volume fluida di seluruh pipa tidak horizontal :

$$Q = \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{128\mu l} \right) \pi D^4$$

c. Laju aliran massa fluida di seluruh pipa tidak horizontal :

$$\dot{m} = \rho \left(\frac{\Delta p - \gamma l \sin\theta}{128\mu l} \right) \pi D^4$$

DAFTAR RUJUKAN

Bar-Meir, G. Juli 25, 2013. *Basic of Fluid Mechanics Version 0.3.4.0*. 7449 North Washtenaw Ave Chicago, IL 60645. www.potto.org/downloads.php. Diakses pada 26 Februari 2015.

Bulu, A. *Fluid Mechanics*. Istanbul Technical University, College of Civil Engineering, Civil Engineering Department, Hydraulics Division.

McDonough, J. M. 2009. *Lectures In Elementary Fluid Dynamics : Physics, Mathematics and Applications*. Departments of Mechanical Engineering and Mathematics, University of Kentucky, Lexington, KY 40506-0503.

Munson, B. R., Young, D. F. and Okiisshi, T. H. 1998. *Fundamentals of Fluid Mechanics*. *New York : John Wiley and Sons, Inc*.

Nakayama, Y. and Boucher, R. F. 1991. *Introduction to Fluid Mechanics*. Butterworth Heine-mann.

Spurk, J. H. and Aksel, N. 2008. *Fluid Mechanics Second Edition*. Germany : Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

White, F. M. 1991. *Viscous Fluid Flow Second Edition*. New York : McGraw-Hill, Inc.

White, F. M. 1999. *Fluid Mechanics*. New York : McGraw-Hill, Inc.