

**LAPORAN AKHIR PENELITIAN
PENELITIAN TESIS MAGISTER**



**ANALISIS DAN SIMULASI MODEL MATEMATIKA SEIIR
DENGAN WAKTU TUNDA SEBAGAI SOLUSI PENYEBARAN
TUBERCULOSIS DI SULAWESI SELATAN**

Oleh:

Dr. Wahidah Sanusi, S.Si., M.Si.

NIDN: 0009047001 (Ketua)

Dr. Rahmat Syam, S.T., M.Kom.

NIDN: 0021017104 (Anggota)

Dibiayai oleh:

Direktorat Riset, Teknologi, dan Pengabdian Kepada Masyarakat,

Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi, Riset, dan Teknologi

Kementrian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi

Sesuai dengan Kontrak Pelaksanaan Program Penelitian

Tahun Anggaran 2022

Nomor. 122/E5/PG.02.00.PT/2022

UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR

November 2022



KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR (UNM)
LEMBAGA PENELITIAN DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT
Menara Pini Lantai 10 Jalan Andi Pangeran Pettarani Makassar
Telpon (0411) 865677, Fax(0411) 861377 Kode Pos 90222
Laman: www.unm.ac.id e-mail: ippm@unm.ac.id & lemlitunm@yahoo.co.id

SURAT KETERANGAN
Nomor:4176/UN36.11/I.P2M/2022

Yang bertanda tangan di bawah ini,

Nama : Prof. Dr. Ir. H. Bakhrani A. Rauf, M.T.
NIP : 19611016198803 1 006
Jabatan : Ketua Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat UNM

Dengan ini menerangkan bahwa,

Nama : Dr. Wahidah Sanusi S.Si, M.Si
NIP : 197004091997022001
Fakultas : FMIPA UNM

Telah melaksanakan penelitian dengan judul:

"Analisis dan Simulasi Model Matematika SEIR Dengan Waktu Tunda Sebagai Solusi Penyebaran Tuberculosis Di Sulawesi Selatan"

Penelitian ini dilaksanakan sampai bulan November 2022

Skema Penelitian: Penelitian Tesis Magister T.A. 2022

Anggota Peneliti : Dr. Rahmat Syam, S.T., M.T.

Demikian surat keterangan dibuat untuk dipergunakan sebagaimana mestinya

Makassar, 30 November 2022
Ketua

Prof. Dr. Ir. H. Bakhrani A. Rauf, M.T., IPU.
NIP 19611016198803 1 006

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL		i
RINGKASAN		ii
PRAKATA		iii
DAFTAR ISI		v
DAFTAR LAMPIRAN		vii
BAB I PENDAHULUAN		1
1.1	Latar Belakang	1
1.2	Rumusan Masalah	2
BAB II TINJAUAN PUSTAKA		3
2.1	Peta Jalan Penelitian	3
2.2	State of The Art	3
BAB III TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN		7
3.1	Tujuan Khusus Penelitian	7
3.2	Studi Kelayakan	7
3.3	Temuan yang Ditargetkan	8
BAB IV METODE PENELITIAN		9
4.1	Waktu dan Tempat Penelitian	9
4.2	Bagan Alir Penelitian	9
4.3	Bagan rencana model SEIIR pada penyebaran Tuberculosis dengan waktu tunda	10
4.4	Jadwal	11
BAB V HASIL DAN PEMBAHASAN		14
5.1	Model SEIIR Penyebaran Tuberculosis Dengan Waktu Tunda	14
5.2	Analisis Model SEIIR Waktu Tunda Penyakit Infeksi Tuberculosis	16
5.3	Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan	19
5.4	Simulasi Model SEIIR Waktu Tunda	20

	Penyakit Infeksi Tuberkulosis	
5.5	Titik Keseimbangan Model SEIR di Sulawesi Selatan	21
5.6	Kestabilan Model SEIR Infeksi Tuberkulosis Di Provinsi Sulawesi Selatan	22
5.5	Hasil Simulasi Model SEIR Dengan Waktu Tunda Penyebaran Penyakit Infeksi Tuberkulosis Di Sulawesi Selatan	22
5.8	Pembahasan	25
BAB VI KESIMPULAN		28
6.1	Kesimpulan	28
DAFTAR PUSTAKA		29

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1A Biodata Ketua Peneliti	40
Lampiran 1B Biodata Anggota Peneliti	47
Lampiran 1C Biodata Anggota Mahasiswa (Peneliti Utama)	48
Lampiran 1D Biodata Anggota Mahasiswa (Asisten Peneliti Utama)	49
Lampiran 2 Kontrak Penelitian	51
Lampiran 3 Surat Ijin Penelitian	55
Lampiran 4 Surat Keterangan Meneliti	56
Lampiran 5 SPTB	57
Lampiran 6 Luaran	58

Pengisian poin C sampai dengan poin H mengikuti template berikut dan tidak dibatasi jumlah kata atau halaman namun disarankan ringkas mungkin. Dilarang menghapus/memodifikasi template ataupun menghapus penjelasan di setiap poin.

C. HASIL PELAKSANAAN PENELITIAN: Tuliskan secara ringkas hasil pelaksanaan penelitian yang telah dicapai sesuai tahun pelaksanaan penelitian. Penyajian meliputi data, hasil analisis, dan capaian luaran (wajib dan atau tambahan). Seluruh hasil atau capaian yang dilaporkan harus berkaitan dengan tahapan pelaksanaan penelitian sebagaimana direncanakan pada proposal. Penyajian data dapat berupa gambar, tabel, grafik, dan sejenisnya, serta analisis didukung dengan sumber pustaka primer yang relevan dan terkini.

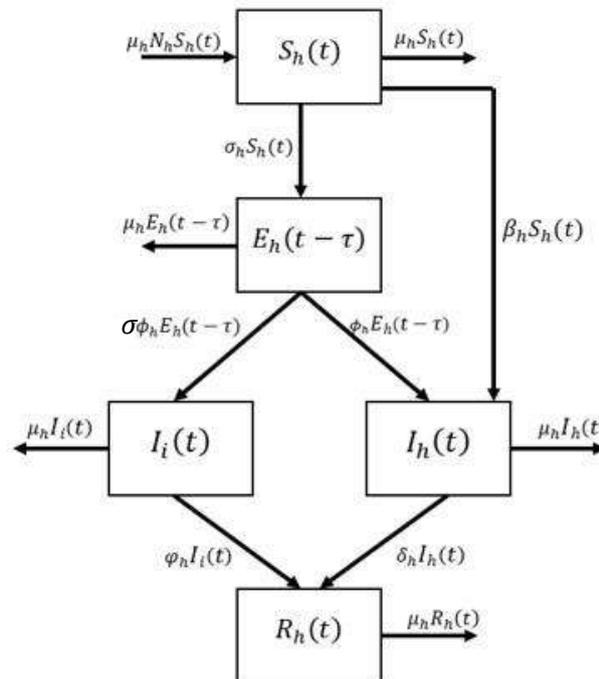
A. MODEL SEIIR PENYEBARAN TUBERCULOSIS DENGAN WAKTU TUNDA

Model matematika pada penyebaran Tuberculosis dengan asumsi individu pada kelas populasi terinfeksi dapat menyebabkan individu lain terinfeksi. Model tersebut merupakan model SEIR dengan membagi kompartemen menjadi empat yaitu Suspected ($S(t)$), Eksposed ($E(t)$), Infected karena virus ($I_h(t)$), Infected oleh individu lain ($I_i(t)$) dan Recovered ($R(t)$). Penelitian ini mengembangkan model SEIIR tanpa waktu tunda menjadi model SEIIR dengan waktu tunda pada bagian Eksposed sehingga kompartemen menjadi Suspected ($S(t)$), Eksposed ($E(t-\tau)$), Infected karena virus ($I_h(t)$), Infected oleh individu lain ($I_i(t)$) dan Recovered ($R(t)$).

Terdapat beberapa asumsi yang digunakan dalam membuat model, yaitu:

- a. Masyarakat bertempat tinggal dan berdomisili di Provinsi Sulawesi Selatan
- b. Masyarakat yang telah berinteraksi dengan pasien penyakit infeksi Tuberculosis
- c. Masyarakat dapat terinfeksi penyakit infeksi Tuberculosis karena virus
- d. Masyarakat dapat terinfeksi penyakit infeksi Tuberculosis karena individu lain
- e. Masyarakat dapat sembuh dari infeksi penyakit Tuberculosis
- f. Melakukan Pembatasan atau penundaan Interaksi dari Individu yang terinfeksi dengan masyarakat yang rentan
- g. Melakukan Sterilisasi setelah melakukan interaksi dengan pasien yang terinfeksi
- h. Melakukan Sterilisasi tempat tinggal pasien
- i. Menyiapkan alat kesehatan atau pengaman sehingga mencegah penyebaran terjadi.

Skema model SEIIR penyebaran penyakit infeksi Tuberculosis dengan waktu tunda dapat dilihat pada Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Diagram Model SEIIR Tuberculosis dengan Waktu Tunda

Gambar 1. juga dapat ditafsirkan ke dalam model matematika yang merupakan persamaan diferensial nonlinear seperti berikut:

$$\frac{ds_h}{dt} = \mu_h N_h - (\alpha_h + \beta_h + \mu_h) s_h \quad (1)$$

$$\frac{de_h}{dt} = \alpha_h s_h - \sigma \varphi_h i_h e_h(t - \tau) - \varphi_h e_h(t - \tau) - \mu_h e_h(t - \tau) \quad (2)$$

$$\frac{di_h}{dt} = \beta_h s_h + \varphi_h e_h(t - \tau) - (\mu_h + \delta_h) i_h \quad (3)$$

$$\frac{di_i}{dt} = \sigma \varphi_h i_h e_h(t - \tau) - (\mu_h + \phi_h) i_i \quad (4)$$

$$\frac{dr_h}{dt} = \delta_h i_h + \mu_h i_i - \mu_h r_h \quad (5)$$

Tabel 1. Variabel dan parameter dalam model SRV Vaksinasi

No	Variabel/ Parameter	Keterangan
1	S_h	Individu yang rentan terkena penyakit infeksi Tuberculosis
2	E_h	Individu yang terpapar atau berinteraksi dengan pasien penyakit infeksi Tuberculosis
3	I_h	Individu yang terinfeksi karena virus
4	I_i	Individu yang terinfeksi karena individu lain
	R_h	Individu yang sembuh dari infeksi penyakit Tuberculosis
5	μ_h	Laju Kelahiran dan Kematian
6	α_h	Laju Perpindahan dari kelas individu yang rentan terjangkit penyakit tuberculosis (Susceptible) menuju kelas individu terpapar penyakit tuberculosis (Expose).
7	β_h	Laju Perpindahan dari kelas individu yang terpapar penyakit tuberculosis (Expose) menuju kelas individu terinfeksi karena virus penyakit tuberculosis (Infected by Virus).
8	σ	Laju Perpindahan dari kelas individu yang terpapar penyakit tuberculosis (Expose) menuju kelas individu terinfeksi karena interaksi dengan individu terinfeksi (Infected by Human).
9	φ_h	Laju Perpindahan dari kelas individu terinfeksi karena interaksi dengan individu terinfeksi (Infected by Human) menuju kelas individu yang sembuh dari penyakit tuberculosis (Recover).
10	δ_h	Laju Perpindahan dari kelas individu terinfeksi karena virus penyakit tuberculosis (Infected by Virus) menuju kelas individu yang sembuh dari penyakit tuberculosis (Recover).

Dengan $N_h = S_h + E_h + I_h + I_i + R_h$ atau $R_h = N_h - (S_h + E_h + I_h + I_i)$

B. ANALISIS MODEL SEIIR WAKTU TUNDA PENYAKIT INFEKSI TUBERKULOSIS

a. Analisis Titik Keseimbangan

Langkah awal dalam menentukan titik keseimbangan sehat psikologi dan titik gangguan psikologi adalah dengan menyederhanakan persamaan (1)-(5) dengan membagi dengan N, yaitu $(S_h = \frac{s_h}{N}, E_h = \frac{e_h}{N}, I_h = \frac{i_h}{N}, I_i = \frac{i_i}{N}, R_h = \frac{r_h}{N})$, sehingga diperoleh persamaan (6) – (10)

$$\frac{dS_h}{dt} = \mu_h - (\alpha_h + \beta_h + \mu_h)S_h \quad (6)$$

$$\frac{dE_h}{dt} = \alpha_h S_h - \sigma \varphi_h I_h E_h(t - \tau) - \varphi_h E_h(t - \tau) - \mu_h E_h(t - \tau) \quad (7)$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \beta_h S_h + \varphi_h E_h(t - \tau) - (\mu_h + \delta_h) I_h \quad (8)$$

$$\frac{dI_i}{dt} = \sigma \varphi_h I_h E_h(t - \tau) - (\mu_h + \phi_h) I_i \quad (9)$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \delta_h I_h + \mu_h I_i - \mu_h R_h \quad (10)$$

untuk menentukan titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik maka setiap persamaan pada persamaan (1)-(5), harus sama dengan nol, yaitu $\left(\frac{dS_h}{dt}, \frac{dE_h}{dt}, \frac{dI_h}{dt}, \frac{dI_i}{dt}, \frac{dR_h}{dt}\right) = (0,0,0,0,0)$, sehingga diperoleh persamaan (6) – (10)

$$\mu_h - (\alpha_h + \beta_h + \mu_h)S_h = 0 \quad (11)$$

$$\alpha_h S_h - \sigma \varphi_h I_h E_h(t - \tau) - \varphi_h E_h(t - \tau) - \mu_h E_h(t - \tau) = 0 \quad (12)$$

$$\beta_h S_h + \varphi_h E_h(t - \tau) - (\mu_h + \delta_h) I_h = 0 \quad (13)$$

$$\sigma \varphi_h I_h E_h(t - \tau) - (\mu_h + \phi_h) I_i = 0 \quad (14)$$

$$\delta_h I_h + \mu_h I_i - \mu_h R_h = 0 \quad (15)$$

Selanjutnya dengan menggunakan metode substitusi sederhana akan ditentukan nilai S_h, E_h, I_h, I_i , dan R_h untuk titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik model SEIIR dengan Waktu Tunda.

Dengan melakukan substitusi setiap persamaan pada persamaan (11)-(15) dengan terlebih dahulu menentukan nilai $I_h = I_i = 0$ maka diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit model SEIR penyebaran Covid-19 di Sulawesi Selatan yaitu

$$(S_h, E_h, I_h, I_i, R_h) = \left(\frac{\mu_h}{\alpha_h + \beta_h + \mu_h}, \frac{\alpha_h(\mu_h)}{(\alpha_h + \beta_h + \mu_h)(\varphi_h + \mu_h)}, 0, 0, 0\right) \quad (16)$$

Selanjutnya dengan cara yang sama, yaitu melakukan substitusi setiap persamaan pada persamaan (11)-(15) maka diperoleh nilai titik kesetimbangan endemik model SEIR penyebaran Covid-19 di Sulawesi Selatan yaitu

$$(S_h, E_h, I_h, I_i, R_h) = \left(\begin{array}{c} \frac{\mu_h}{\alpha_h + \beta_h + \mu_h} \\ \sqrt{\frac{\gamma \mu_h \phi_h (\gamma \mu_h \phi_h \beta_h^2 + 4 \sigma \mu_h \phi_h (\mu_h + \delta_h) (\mu_h + \beta_h + \sigma_h) + 2 \beta_h (\mu_h + \delta_h) (\mu_h + \phi_h) (\mu_h + \beta_h + \sigma_h))}{((\mu_h + \delta_h) (\mu_h + \phi_h) (\mu_h + \beta_h + \sigma_h))^2} - \frac{-\gamma \phi_h \mu_h \beta_h - (\mu_h + \delta_h) (\mu_h + \phi_h) (\mu_h + \beta_h + \sigma_h)}{2 \gamma \phi_h^2 (\mu_h + \beta_h + \sigma_h)}}{\mu_h \beta_h + \phi_h (\mu_h + \beta_h + \sigma_h) E_h} \\ \frac{(\mu_h + \delta_h) (\mu_h + \beta_h + \sigma_h)}{\mu_h \sigma_h - (\mu_h + \phi_h) (\mu_h + \beta_h + \sigma_h) E_h} \\ \frac{(\mu_h + \phi_h) (\mu_h + \beta_h + \sigma_h)}{\mu_h \sigma_h - (\mu_h + \phi_h) (\mu_h + \beta_h + \sigma_h) E_h} \end{array} \right) \quad (17)$$

b. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar dapat dicari dengan menggunakan metode matriks generasi mendatang (*next generation matrix*). Matriks ini dibentuk dengan memperhatikan bagian positif dan bagian negatif pada laju penularan populasi terinfeksi yaitu populasi *eksposed* dan *infected*. Namun, Infeksi dalam model dibagi atas 2 populasi yaitu infeksi karena virus (I_h) dan infeksi karena individu lain (I_i). Rumus untuk menentukan bilangan reproduksi dasar dapat dilihat pada persamaan (18)

$$R = F' \cdot (V')^{-1} \quad (18)$$

i. Bilangan Reproduksi Dasar infeksi karena virus (I_h).

Berdasarkan persamaan (2) dan (3), maka:

$$\frac{dE_h}{dt} = \alpha_h S_h - \sigma \varphi_h I_h E_h(t - \tau) - \varphi_h E_h(t - \tau) - \mu_h E_h(t - \tau)$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \beta_h S_h + \varphi_h E_h(t - \tau) - (\mu_h + \delta_h) I_h$$

Sehingga diperoleh

$$F = \begin{bmatrix} \alpha_h S_h \\ 0 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_h S_h \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$V = \begin{bmatrix} \sigma\phi_h I_h E_h(t-\tau) + \phi_h E_h(t-\tau) + \mu_h E_h(t-\tau) \\ (\mu_h + \delta_h) I_h - \phi_h E_h(t-\tau) \end{bmatrix}, V_h' = \begin{bmatrix} \sigma\phi_h + \phi_h + \mu_h & 0 \\ -\phi_h & \mu_h + \delta_h \end{bmatrix} \quad (20)$$

Maka didapatkan invers dari matriks persamaan (20) yaitu

$$(V')^{-1}_h = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma\phi_h + \phi_h + \mu_h} & 0 \\ \frac{\phi_h}{(\mu_h + \delta_h)(\sigma\phi_h + \phi_h + \mu_h)} & \frac{1}{\mu_h + \delta_h} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Selanjutnya akan ditentukan nilai eigen dari matriks R, berdasarkan persamaan (18)

$$R = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_h S_h \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma\phi_h + \phi_h + \mu_h} & 0 \\ \frac{\phi_h}{(\mu_h + \delta_h)(\sigma\phi_h + \phi_h + \mu_h)} & \frac{1}{\mu_h + \delta_h} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_h S_h \phi_h}{(\mu_h + \delta_h)(\sigma\phi_h + \phi_h + \mu_h)} & \frac{\alpha_h S_h}{\mu_h + \delta_h} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Setelah diperoleh matriks R_h pada persamaan (22), selanjutnya akan dicari nilai eigennya dengan rumus $Det(\lambda I - R) = 0$, dengan I adalah matriks identitas. Bilangan reproduksi dasar akan ditentukan berdasarkan nilai nilai eigen (λ) terbesar.

$$|\lambda I - R| = \left| \left(\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\alpha_h S_h \phi_h}{(\mu_h + \delta_h)(\sigma\phi_h + \phi_h + \mu_h)} & \frac{\alpha_h S_h}{\mu_h + \delta_h} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \right| = 0 \quad (23)$$

Sehingga diperoleh nilai eigen berdasarkan persamaan (23) yaitu

$$\lambda_1 = \frac{\alpha_h S_h \phi_h}{(\mu_h + \delta_h)(\sigma\phi_h + \phi_h + \mu_h)}, \text{ dan } \lambda_2 = 0$$

Maka didapatkan nilai eigen terbesar yaitu $\lambda_1 = \frac{\alpha_h S_h \phi_h}{(\mu_h + \delta_h)(\sigma\phi_h + \phi_h + \mu_h)}$

Sehingga diperoleh bilangan reproduksi dasar setelah substitusi nilai titik kesetimbangan bebas penyakit seperti pada persamaan (16)

$$R_0 = \frac{\alpha_h \mu_h \phi_h}{(\alpha_h + \beta_h + \mu_h)(\mu_h + \delta_h)(\sigma\phi_h + \phi_h + \mu_h)} \quad (24)$$

C. ANALISIS KESTABILAN TITIK KESETIMBANGAN

Berdasarkan persamaan (1) - (5) dapat dibentuk matriks jacobian (J) berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -\alpha_h - \beta_h - \mu_h & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_h & -\sigma\phi_h I_h - \mu_h - \phi_h & -\sigma\phi_h E_h & 0 & 0 \\ \beta_h & \phi_h & -\delta_h - \mu_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma\phi_h I_h & \sigma\phi_h E_h & -\phi_h - \mu_h & 0 \\ 0 & 0 & \delta_h & \phi_h & -\mu_h \end{bmatrix} \quad (31)$$

Teorema 1

Titik kesetimbangan bebas penyakit model matematika penyebaran Covid-19 dikatakan stabil jika $R_0 \leq 1$ dan tidak stabil jika $R_0 > 1$.

Bukti :

Substitusi titik kesetimbangan bebas penyakit ke matriks J persamaan (31), sehingga diperoleh matriks baru seperti pada persamaan (32)

$$J = \begin{bmatrix} -\alpha_h - \beta_h - \mu_h & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_h & -\sigma\phi_h - \mu_h - \phi_h & -\sigma\phi_h E_h & 0 & 0 \\ \beta_h & \phi_h & -\delta_h - \mu_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma\phi_h & \sigma\phi_h E_h & -\phi_h - \mu_h & 0 \\ 0 & 0 & \delta_h & \phi_h & -\mu_h \end{bmatrix} \quad (32)$$

Kemudian dicari nilai eigen dari matriks persamaan (32) dengan uraian sebagai berikut:

$$|\lambda I - J| = 0$$

$$\bullet |\lambda I - J| = \left| \left(\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\alpha_h - \beta_h - \mu_h & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_h & -\sigma\phi_h - \mu_h - \phi_h & -\sigma\phi_h E_h & 0 & 0 \\ \beta_h & \phi_h & -\delta_h - \mu_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma\phi_h & \sigma\phi_h E_h & -\phi_h - \mu_h & 0 \\ 0 & 0 & \delta_h & \phi_h & -\mu_h \end{bmatrix} \right) \right| = 0$$

$$|\lambda I - J| = \begin{vmatrix} \lambda - (-\alpha_h - \beta_h - \mu_h) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_h & \lambda - (-\sigma\phi_h - \mu_h - \phi_h) & -\sigma\phi_h E_h & 0 & 0 \\ \beta_h & \phi_h & \lambda - (-\delta_h - \mu_h) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma\phi_h & \sigma\phi_h E_h & \lambda - (-\varphi_h - \mu_h) & 0 \\ 0 & 0 & \delta_h & \varphi_h & \lambda - (-\mu_h) \end{vmatrix} = 0 \quad (33)$$

Selanjutnya substitusi E pada persamaan (33) sehingga diperoleh

$$\Rightarrow (\lambda + \mu)(\lambda + \alpha_h + \beta_h + \mu_h)[\lambda^2 + ((\sigma\phi_h + \mu_h + \phi_h)(\delta_h + \mu_h))\lambda + (\sigma\phi_h + \mu_h + \phi_h)(\delta_h + \mu_h) - R_0] = 0 \quad (34)$$

Berdasarkan aturan tanda Descartes, persamaan (34) akan memiliki akar yang semuanya negatif apabila semua tanda pada setiap suku-sukunya positif. Jadi, dapat disimpulkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit dikatakan stabil apabila $R_0 \leq 1$ dan tidak stabil apabila $R_0 > 1$.

D. SIMULASI MODEL SEIIR WAKTU TUNDA PENYAKIT INFEKSI TUBERKULOSIS

Simulasi dilakukan menggunakan software Maple 2021 dan dengan memberikan nilai untuk masing-masing parameter. Selanjutnya diberikan nilai awal sampel yang masuk kelas berpotensi menolak vaksinasi $S_h(0)$ adalah 8.077.705 sampel, sampel yang masuk kelas menolak vaksinasi $E_h(0)$ adalah 75.759 sampel, dan sampel yang masuk kelompok yang merima vaksinasi $I_h(0)$ adalah 9391 sampel, sampel yang masuk kelas menolak vaksinasi $I_i(0)$ adalah 321 sampel, dan sampel yang masuk kelompok yang merima vaksinasi $R_h(0)$ adalah 27.437 sampel. Total sampel yang diteliti (N) adalah 8.190.222 Masyarakat.

Tabel 2. Nilai parameter dan Variabel dalam model SEIIR Waktu Tunda Penyakit Infeksi Tuberkulosis

Variabel/ Parameter	Keterangan	Sumber
S_h	0,986162	Side, 2018
E_h	0,009250	
I_h	0,001146	
I_i	0,000092	
R_h	0,003350	
μ_h	0,000001	
α_h	0,000010	
β_h	0,010889	
σ	0,004104	
φ_h	0,001289	
δ_h	0,000029	

E. TITIK KESEIMBANGAN MODEL SEIR DI SULAWESI SELATAN

Titik keseimbangan ditentukan menggunakan set model SEIIR dengan parameter untuk provinsi Sulawesi Selatan yang telah ditetapkan. Kemudian untuk menentukan titik tetap, sistem persamaan (1-5) disamakan dengan nol seperti persamaan (6) – (10) berikut:

$$0,000001167 - (0,010900000)s_h = 0 \quad (38)$$

$$0,000010333s_h - (0,001005165i_h + 0,000915)e_h = 0 \quad (39)$$

$$0,010888500s_h + 0,03266667e_h - 0,001375500i_h = 0 \quad (40)$$

$$0,01088850i_h e_h - 0,03288617i_i = 0 \quad (41)$$

$$0,03288500i_i + 0,00137433i_h - 0,00000116r_h = 0 \quad (42)$$

Sistem untuk model pada persamaan diatas diselesaikan menggunakan software Maple2021 dan memberikan nilai titik-titik keseimbangan model adalah:

$$(S_h, E_h, I_h, I_i, R_h) = (0,0001070336; 0,0000000328; 0,0008480616; 0,000000001; 0,999044487).$$

Titik-titik keseimbangan ini menjelaskan bahwa jumlah populasi manusia yang berpotensi dijangkiti adalah 0.0107% dari total populasi, jumlah populasi manusia yang memperlihatkan gejala dijangkiti adalah 0.00000328% dari total populasi, jumlah populasi manusia yang dijangkiti karena virus adalah 0,08480616% dari total populasi, jumlah populasi manusia yang dijangkiti karena virus adalah 0,0000001% dari total populasi dan jumlah populasi yang berhasil sembuh dalam setiap waktunya adalah 99,9044487% dari total populasi jumlah keseluruhan populasi manusia di propinsi Sulawesi Selatan.

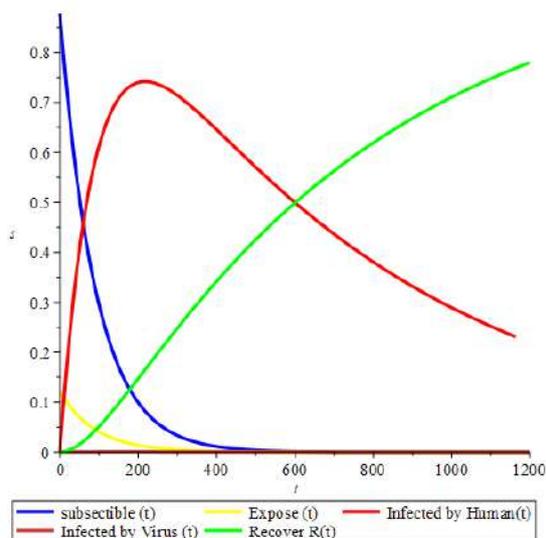
F. KESTABILAN MODEL SEIIR INFEKSI TUBERKULOSIS DI PROVINSI SULAWESI SELATAN

Substitusi titik keseimbangan (0,0001070336; 0,0000000328; 0,0008480616; 0,000000001; 0,999044487) sehingga dengan menggunakan software Maple 2021 pada titik keseimbangan (0,0001070336; 0,0000000328; 0,0008480616; 0,000000001; 0,999044487) diperoleh nilai-nilai eigen $\lambda = -0,0108988$, $\lambda = -0,03288616$, $\lambda = -0,00000167$, $\lambda = -0,00138520$, dan $\lambda = -0,03265927$. Nilai-nilai λ yang diperoleh pada titik keseimbangan (0,0001070336; 0,0000000328; 0,0008480616; 0,000000001; 0,999044487) adalah nyata dan bertanda negatif. Merujuk kepada sifat kestabilan [Side,2022], maka jenis kestabilan pada titik keseimbangan ini adalah stabil asimptotik.

G. HASIL SIMULASI MODEL SEIIR DENGAN WAKTU TUNDA PENYEBARAN PENYAKIT INFEKSI TUBERKULOSIS DI SULAWESI SELATAN

Simulasi model Matematika SEIIR Penyebaran Penyakit Infeksi Tuberkulosis di Sulawesi Selatan dilakukan menggunakan *software* Maple. Nilai awal S_h, E_h, I_h, I_i, R_h dan nilai parameter dari model yang digunakan dalam simulasi ini telah disajikan pada Tabel 2. Selanjutnya dilakukan simulasi dengan 2 kondisi berbeda, yaitu model matematika SEIIR dengan model tanpa waktu tunda dan model dengan waktu tunda pada kasus penyebaran Penyakit Infeksi Tuberkulosis di Provinsi Sulawesi Selatan.

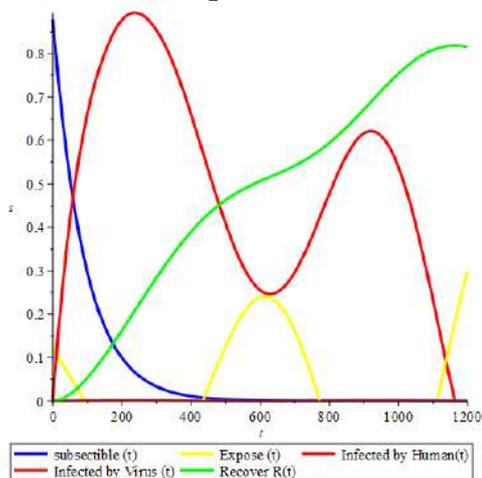
1. Model SEIIR tanpa Waktu Tunda



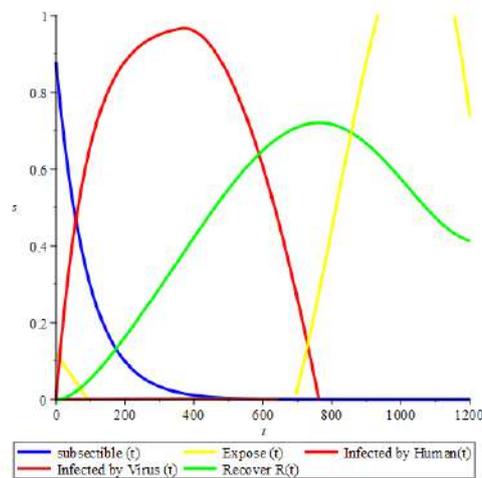
Gambar 2 Grafik Model *SEIIR* tanpa Waktu Tunda

Gambar 2. merupakan hasil simulasi yang dilakukan tanpa menambahkan waktu tunda pada individu yang terpapar (exposed) yang selanjutnya tampak bahwa tanpa adanya waktu tunda yang diberikan pada model penyebaran model *SEIIR* penyebaran Tuberkulosis, yakni nilai pada peningkatan individu yang terkena infeksi penyakit tuberkulosis akibat interaksi dengan individu yang terinfeksi mengalami kenaikan yang signifikan hingga 75% dari jumlah populasi pada 240 hari pertama dan mengalami penurunan untuk hari berikutnya hingga 28% dari jumlah populasi pada hari ke-1200. Untuk individu yang rentan mengalami penurunan yang sangat signifikan dari 80% populasi hingga menjadi tidak ada populasi yang rentan dalam kurang dari 600 hari. Individu yang sembuh mengalami kenaikan yang signifikan yang mencapai 80% populasi dalam 1200 hari. Untuk individu terpapar mengalami penurunan dari 10% hingga mendekati 0% populasi kurang dari 400 hari serta infeksi alami mengalami kenaikan penurunan yang konstan dibawah 1% dalam 1200 hari.

2. Model *SEIIR* dengan Waktu Tunda



(a)



(b)

Gambar 3 Grafik Model *SEIIR* dengan Waktu Tunda

(a) dengan parameter $\tau = 180$

(d) dengan parameter $\tau = 360$

Gambar 3.a merupakan hasil simulasi yang dilakukan dengan waktu tunda 180 hari pada individu yang terpapar (exposed) yang selanjutnya tampak bahwa dengan adanya waktu tunda yang diberikan pada model penyebaran model *SEIIR* penyebaran Tuberkulosis, yakni nilai pada peningkatan individu yang terkena infeksi penyakit tuberkulosis akibat interaksi dengan individu yang terinfeksi mengalami kenaikan yang signifikan hingga 85% dari jumlah populasi pada 240 hari pertama dan mengalami penurunan untuk hari

berikutnya hingga 28% di hari ke-600 dan kemudian naik lagi hingga 63% dan mengalami penurunan kembali hingga 0% dari jumlah populasi pada hari ke-1180. Untuk individu yang rentan mengalami penurunan yang sangat signifikan dari 88% populasi hingga menjadi tidak ada populasi yang rentan dalam kurang dari 600 hari. Individu yang sembuh mengalami kenaikan yang signifikan yang mencapai 89% populasi dalam 1180 hari. Untuk individu terpapar mengalami penurunan dari 10% hingga mendekati 0% populasi kurang dari 400 hari kemudian naik lagi pada hari ke-425 hingga menuju puncak 27% pada hari ke-630 dan mengalami penurunan hingga 0%. Individu terpapar kemudian mengalami kenaikan lagi hingga lebih dari 30% pada hari ke-1200.

Gambar 3.b merupakan hasil simulasi yang dilakukan dengan waktu tunda 180 hari pada individu yang terpapar (exposed) yang selanjutnya tampak bahwa dengan adanya waktu tunda yang diberikan pada model penyebaran model SEIIR penyebaran Tuberkulosis, yakni nilai pada peningkatan individu yang terkena infeksi penyakit tuberkulosis akibat interaksi dengan individu yang terinfeksi mengalami kenaikan yang signifikan hingga 85% dari jumlah populasi pada 240 hari pertama dan mengalami penurunan untuk hari berikutnya hingga 28% di hari ke-600 dan kemudian naik lagi hingga 63% dan mengalami penurunan kembali hingga 0% dari jumlah populasi pada hari ke-1180. Untuk individu yang rentan mengalami penurunan yang sangat signifikan dari 88% populasi hingga menjadi tidak ada populasi yang rentan dalam kurang dari 600 hari. Individu yang sembuh mengalami kenaikan yang signifikan yang mencapai 89% populasi dalam 1180 hari. Untuk individu terpapar mengalami penurunan dari 10% hingga mendekati 0% populasi kurang dari 400 hari kemudian naik lagi pada hari ke-425 hingga menuju puncak 27% pada hari ke-630 dan mengalami penurunan hingga 0%. Individu terpapar kemudian mengalami kenaikan lagi hingga lebih dari 30% pada hari ke-1200.

Secara umum hasil simulasi model matematika SEIIR penyebaran Penyakit Infeksi Tuberkulosis di wilayah Sulawesi Selatan dapat dilihat pada Tabel 3. tentang nilai-nilai bilangan reproduksi dasar atau R_0 yang merupakan bilangan yang dapat menjelaskan tentang potensi penyebaran penyakit dalam suatu populasi

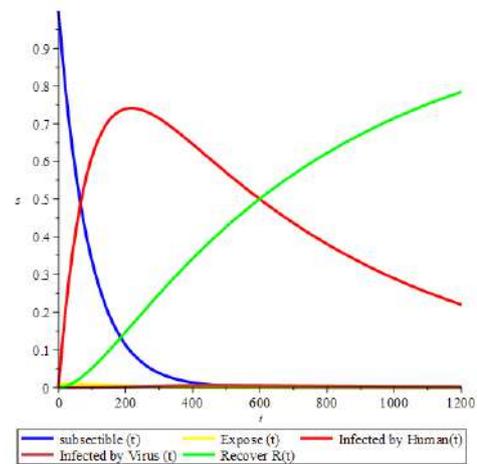
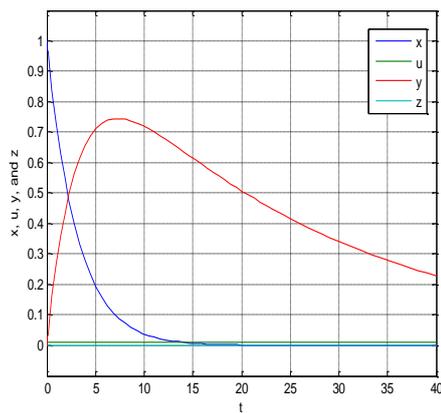
Tabel 3. Hasil Simulasi Model SEIR Penyebaran Penyakit Infeksi Tuberkulosis

Model matematika	Nilai R_0
Model SEIIR pada penyebaran penyakit infeksi tuberkulosis yang terinfeksi karena individu lain	$3,3 \times 10^{-7}$

Berdasarkan Tabel 3, untuk model SEIIR, penyebaran penyakit infeksi tuberkulosis yang terinfeksi karena individu lain diperoleh nilai $R_0 = 3,8 \times 10^{-7}$ yang berarti bahwa proses penyebaran virus terjadi, namun penyebaran virus ke individu lain hanya bernilai 0,000033% dari kemungkinan penyebaran selama periode menular. Sehingga dapat diartikan penyebaran penyakit infeksi tuberkulosis berdasarkan titik-titik kesetimbangannya cenderung stabil dan potensi penyebarannya akan rendah dengan tanpa waktu tunda pada variable individu terpapar (exposed).

H. PEMBAHASAN

Sebelumnya tuberkulosis atau penyakit paru-paru telah diteliti oleh beberapa peneliti (Rizky, 2017;Wulandari, 2022;Kristy, 2021) dengan membahas penyebaran penyakit tuberkulosis yang terjadi di Jawa timur dan Jawa barat. Penelitian sebelumnya (Side, 2018) dengan judul Numerical solution of SIR model for transmission of tuberculosis by Runge-Kutta method, telah dikemukakan hasil dari penelitian model SEIR menunjukkan bahwa jumlah kasus Tuberkulosis disebabkan Virus akan terus bertambah secara cepat, sedangkan jumlah kasus Tuberkulosis disebabkan oleh manusia yang terinfeksi tidak terlalu berpengaruh dan hampir konstan dan akan menurun menghampiri nilai nol pada beberapa tahun kedepan. Hasil ini menunjukkan bahwa model SEIR untuk penyebaran Tuberkulosis di provinsi Sulawesi Selatan pada khususnya sesuai dengan data Riil yang ada. Berikut adalah grafik yang dikutip langsung dari artikel (Side, 2018) dan Grafik yang telah dibangun ulang dengan menggunakan data yang sama.



Gambar 3. Grafik Model *SEIIR* Infeksi Tuberkulosis (Side, 2018) dengan menggunakan Aplikasi Matlab dalam 40 Bulan & Grafik Model *SEIIR* Infeksi Tuberkulosis tanpa waktu tunda dengan menggunakan Aplikasi Maple 2021 dalam 1200 Hari

Namun penelitian diatas belum mengaitkan penyebaran penyakit tuberculosis dengan pemberian waktu tunda dalam modelnya. Sehingga dalam penelitian ini, peneliti memberikan waktu tunda pada variabel individu yang terpapar (exposed) sehingga menghasilkan prediksi yang berbeda. Untuk variabel yang diberikan waktu tunda sebanyak 180 hari, titik puncak terjadi nya penyebaran penyakit tuberculosis ada pada hari ke-240 dengan 85% dari total populasi dan pada hari ke- 600 dengan puncak penyebarannya mencapai 63% dari total populasi, sedangkan dengan diberikan waktu sebanyak 360 hari pada variabel yang terpapar (exposed), terjadi penyebaran penyakit tuberculosis dengan mencapai puncak penyebarannya mencapai 93% dari populasi pada hari ke-480 dan mengalami penurunan signifikan hingga mencapai 0% populasi pada hari ke 780. Sehingga dapat disimpulkan bahwa penyebaran tuberculosis dalam populasi dengan diberikan waktu tunda, akan membuat ledakan penyebaran dalam interval waktu tertentu yang dapat mencapai 93% populasi terinfeksi, namun jika diberikan penanganan yang maksimal maka jumlah populasi yang terinfeksi akan mengalami penurunan yang signifikan hingga pada 0% populasi yang terinfeksi.

Model *SEIIR* Penyebaran Tuberkulosis diperoleh nilai $R_0 = 3,8 \times 10^{-7}$ yang berarti bahwa proses penyebaran virus terjadi, namun penyebaran virus ke individu lain hanya bernilai 0,000033% dari kemungkinan penyebaran selama periode menular. Sehingga dapat disimpulkan bahwa penyebaran yang terjadi pada populasi tanpa waktu tunda akan memiliki tingkat penyebaran yang rendah, namun dengan pemberian waktu tunda 180 hari dan 360 hari akan membuat populasi penyebaran akan meningkat signifikan dalam waktu singkat hingga mencapai tingkat penyebaran tertinggi mencapai 93% dari populasi.

I. CAPAIAN LUARAN

Dalam target capaian luaran penelitian tesis magister ini, ada dua yaitu capaian luaran wajib dan capaian luaran tambahan. Capaian luaran wajib dalam penelitian ini adalah seminar internasional yang telah melakukan submit abstrak, Loa, submit full paper, dan dalam perbaikan paper serta persiapan presentasi seminar internasional. Untuk capaian luaran tambahan dalam penelitian ini adalah telah mendaftarkan hasil penelitian dan telah terbit dalam bentuk hak kekayaan intelektual yang dikeluarkan oleh Kemenkumham.

D. STATUS LUARAN: Tuliskan jenis, identitas dan status ketercapaian setiap luaran wajib dan luaran tambahan (jika ada) yang dijanjikan. Jenis luaran dapat berupa publikasi, perolehan kekayaan intelektual, hasil pengujian atau luaran lainnya yang telah dijanjikan pada proposal. Uraian status luaran harus didukung dengan bukti kemajuan ketercapaian luaran sesuai dengan luaran yang dijanjikan. Lengkapi isian jenis luaran yang dijanjikan serta mengunggah bukti dokumen ketercapaian luaran wajib dan luaran tambahan melalui Simlitabmas.

LUARAN WAJIB

(SATU ARTIKEL TERPUBLIKASI PADA PROSIDING TERINDEX SCOPUS)

No	Jenis Luaran	Judul	Keterangan
1.	Prosiding pada konferensi internasional	Numerical Solution of SEIR Mathematical Model with Time Delay as a Solution for the Spread of Tuberculosis in South Sulawesi Province	Dilaksanakan pada 5-6 Oktober 2022 dan artikel akan dipublikasikan pada conference 9th ICMSE 2022

LUARAN TAMBAHAN:

(Hak Cipta Software dari Kementerian Hukum dan HAM)

No	Jenis Luaran	Judul Paper/Ciptaan	Keterangan
1.	Haki dari Kementerian Hukum dan HAM RI	Software Model SEIR Kasus Penyebaran Kasus Tuberkulosis Dengan Waktu Tunda	<i>Sertifikat Granted</i>

BUKTI LUARAN

LUARAN WAJIB

Bukti Accepted Artikel

Judul Artikel : Numerical Solution of SEIR Mathematical Model with Time Delay as a Solution for the Spread of Tuberculosis in South Sulawesi Province

Status : Accepted pada 9th ICMSE 2022, 9 September 2022

WebKonferensi : <https://mipa.unnes.ac.id/v3/2022/06/call-for-papers-icmse-2022-the-9th-international-conference-on-mathematics-science-and-education/>