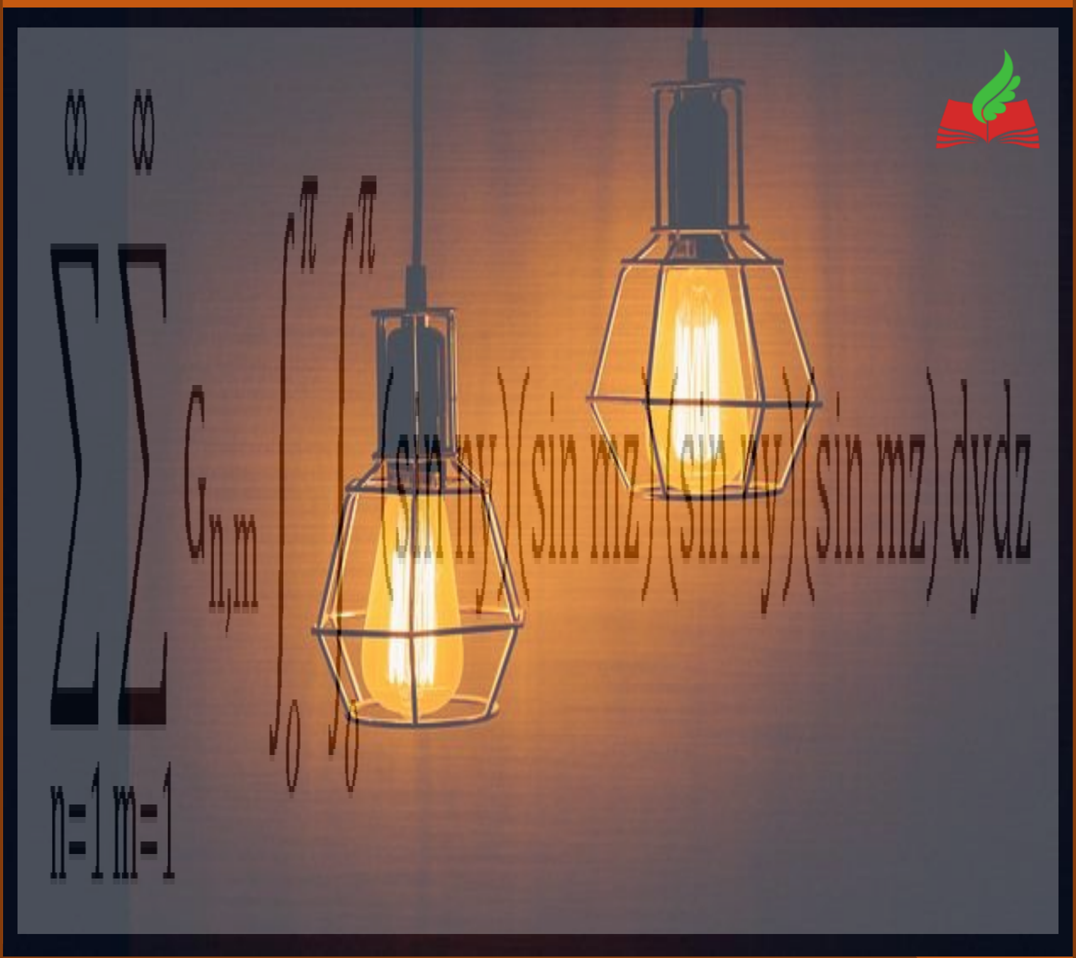
ELEKTROSTATIS DAN RANGKAIAN LISTRIK

(Hasil Pengembangan Bahan Ajar Fisika Berbasis Metakognisi)



Helmi Abdullah

Pariabti Palloan

Arie Arma Arsyad

Elektrostatis dan Rangkaian Listrik
(Hasil Pengembangan Bahan Ajar Fisika Berbasis Metakognisi)

Elektrostatis dan Rangkaian Listrik (Hasil Pengembangan Bahan Ajar Fisika Berbasis Metakognisi)

Helmi Abdullah
Pariabti Palloan
Arie Arma Arsyad

Yayasan Ahmar Cendekia Indonesia

Elektrostatis dan Rangkaian Listrik (Hasil Pengembangan Bahan Ajar Fisika Berbasis Metakognisi)

Penulis : Helmi Abdullah
Pariabti Palloan
Arie Arma Arsyad

Cetakan Pertama: Mei 2023

Editor : Abdul Rahman
Tata Letak : Ansari Saleh Ahmar

Diterbitkan pertama kali oleh:

Yayasan Ahmar Cendekia Indonesia
Jalan Karaeng Bontomarannu No. 57, Bura'ne, Boddia, Galesong, Kab. Takalar
Sulawesi Selatan, 92254
Website : www.ahmarcendekia.or.id
E-mail : penerbit@ahmarcendekia.or.id

Anggota IKAPI No. 025/SSL/2019

- Cet. I – Takalar: Yayasan Ahmar Cendekia Indonesia, 2023
viii + 96; 15.5 x 23 cm
ISBN : 978-623-6809-29-7

KATA PENGANTAR

Buku ini berjudul "Elektrostatis dan Rangkaian Listrik" merupakan buku referensi yang disusun untuk melengkapi kekurangan buku-buku ajar yang digunakan dalam perkuliahan. Buku ini merupakan hasil penelitian pengembangan dan telah digunakan sebagai buku pelengkap dari matakuliah "listrik magnet". Buku ini membahas tentang medan, potensial, usaha dan energi dari muatan statis dengan menggunakan pendekatan kalkulus. Selain itu, dalam buku ini juga dibahas tentang sistim rangkaian kapasitor, rangkaian listrik searah, dan hukum Kirchoff.

Hal sedikit agak rumit dalam mempelajari buku ini adalah penjabaran rumus lebih dominan menggunakan matematika integral dan diferensial. Meskipun demikian, buku relatif mudah untuk difahami apabila telah menguasai prinsi dasar integral dan diferensial. Selain integral dan diferensial, dalam penjabaran soal-soal untuk tiga loop digunakan pendekatan matriks.

Keberadaan buku ini tak lepas dari adanya dukungan pendanaan dari PNBP Pascasarjana melalui hibah penelitian tahun anggaran 2023. Untuk itu, penulis menyampaikan penghargaan dan ucapan terima kasih kepada bapak Rektor UNM, direktur Program Pascasarajan UNM, Ketua Lemabaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat UNM, Ketua Program Studi Pendidikan Pascasarjana UNM beserta segenap mahasiswa pascasarjana Pendidikan Fisika UNM yang memprogram matakuliah Fisika Umum yang tanpa diketahui telah menjadi objek ujicoba penggunaan buku ini.

Melalui kata pengantar ini penulis juga ingin menyampaikan kepada pembaca bahwa kesempurnaan buku ini bukan terletak pada isi bukunya tetapi terletak seberapa besar buku ini dapat difahami.

Makassar, April 2023

Penulis

Helmi Abdullah
Pariabti Palloan
Arie Arma Arsyad

DAFTAR ISI

BAB 1
MEDAN ELEKTROSTATIS

A. PENDAHULUAN

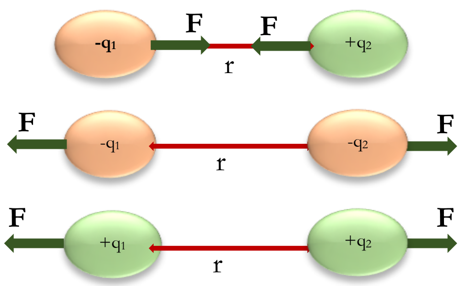
Fisika adalah bagian dari ilmu pengetahuan alam yang secara khusus mengkaji perilaku benda-benda alam atau objek tertentu. Secara umum dunia kebendaan terbagi atas tiga kelompok yaitu benda padat, cair, dan gas. Setiap kelompok benda tersebut tersusun atas bagian-bagian terkecil seperti molekul, atom, dan partikel bermuatan maupun tak bermuatan. Setiap unsur penyusun benda tersebut memiliki karakteristik perilaku tersendiri. Perilakunya sangat ditentukan oleh pengaruh luar seperti tekanan, temperatur, medan listrik, medan magnet dan lain sebagainya, disamping karakteristik partikelnya sendiri. Sebagai contoh partikel bermuatan listrik memiliki sifat-sifat tertentu yaitu dapat menimbulkan medan listrik disekitarnya. Tetapi, medan yang ditimbulkannya hanya akan mempengaruhi partikel-partikel bermuatan lainnya.

Bagaimana kita menjelaskan persoalan medan listrik yang ditimbulkan oleh partikel bermuatan? Berikut ini akan kita bahasa terlebih dahulu hukum dasar tentang medan listrik, yaitu hukum Coulomb.

B. MUATAN LISTRIK

Partikel bermuatan ada dua jenis yaitu partikel bermuatan positip (+q) dan partikel bermuatan negatif (-q). Kedua jenis muatan ini dikaji oleh Charles-Augustin de **Coulomb** (14 Juni 1736 – 23 Agustus 1806) adalah seorang ilmuwan Prancis yang diabadikan namanya untuk satuan listrik untuk menghormati penelitian penting yang telah dilakukan oleh ilmuwan ini. Coulomb dalam risetnya menemukan bahwa: "Besarnya gaya tarik-menarik atau tolak menolak antara kedua partikel bermuatan adalah berbanding lurus dengan perkalian kedua muatan, dan berbanding terbalik dengan jarak pangkat dua antara kedua muatan"

Secara ilustrasi gambar, pernyataan hukum Coulomb ini dilukiskan seperti berikut ini.



Gambar-1.1
Arah-arah gaya dari muatan sejenis dan muatan tak sejenis

Pernyataan hukum Coulomb tersebut, secara matematis (formulasi) dirumuskan:

$$F \sim \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \dots (1.1)$$

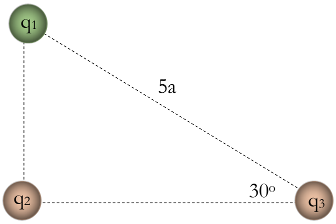
Atau

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r^2} = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \dots (1.2)$$

Dimana telah ditetapkan bahwa ε_o adalah konstanta permitivitas dalam ruang hampa (atau udara). Nilai $\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12} C^2/N.m^2$, sedangkan k adalah konstanta elektrostatis yang nilainya adalah 9×10^9 Nm^2/C^2. Persamaan (1.2) tersebut menyatakan gaya tari atau gaya tolak antar dua muatan. Gaya tarik dan gaya tolak ditentukan oleh jenis muatannya. Perlu dicatat bahwa **F** merupakan vektor gaya yang memiliki besar dan arah.

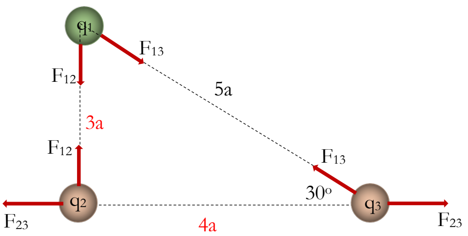
Contoh Soal-1.1

Ada tiga partikel bermuatan listrik terletak pada sudut-sudut segitiga siku-siku seperti ditunjukkan pada gambar di samping. Besarnya ketiga muatan masing-masing $q_1 = q$, $q_2 = -2q$ dan $q_3 = -q$. Tentukan besarnya gaya elektrostatis dari ketiga muatan tersebut.



Solusi Contoh Soal-1.1

Untuk menyelesaikan contoh soal-1.1 ini, maka kita gunakan persamaan (1.2). Karena gaya elektrostatis adalah sebuah besaran vektor, maka gambar pada contoh soal-1.1 tersebut perlu dilukiskan gaya-gaya elektrostatis yang bekerja pada setiap pertikel bermuatan. Tentu saja dengan menerapkan hukum Coulomb. Adapun gambar gaya-gaya pada setiap muatan adalah seperti berikut ini. (q_1= q, q_2=-2q dan q_3=-q)



Dengan diketahuinya jarak antara q_1 dan q_3 dan sudut 30° pada titik sudut q_3, serta segitiga adalah siku-siku, maka dengan menggunakan aturan trigonometri maka dapat ditentukan jarak antara q_1 dan q_2 adalah 3a dan q_2 dan q_3 adalah 4a. Dengan demikian kita dapat menentukan F_{12}, F_{13} dan F_{23} seperti berikut ini.

$$F_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} = k\frac{2q^2}{9a^2} = d\,\frac{2}{9} \qquad \ldots (1.1.1)$$

$$F_{13} = k\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k\frac{q^2}{25a^2} = d\,\frac{1}{25} \qquad \ldots (1.1.2)$$

$$F_{23} = k\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} = k\frac{2q^2}{16a^2} = d\,\frac{1}{8} \qquad \ldots (1.1.3)$$

Dimana $d = k\frac{q^2}{a^2}$ dan setelah menentukan F_{12}, F_{13} dan F_{23}, maka langkah selanjutnya adalah menentukan resultan gaya yang bekerja untuk masing-masing muatan. Untuk muatan q_1 besarnya gaya resultan adalah perpaduan gaya F_{12} dan F_{13}, dimana sudut antara kedua gaya tersebut adalah 60° (lihat gambar). Maka:

$$F_1 = \sqrt{(F_{12})^2 + (F_{13})^2 + 2F_{12}F_{13}\cos 60^o}$$

$$F_1 = \sqrt{\left(d\frac{2}{9}\right)^2 + \left(d\frac{1}{25}\right)^2 + \left(d\frac{2}{9}\right)\left(d\frac{1}{25}\right)}$$

$$F_1 = d\sqrt{0{,}1216} \approx 0{,}35d = 0{,}35k\frac{q^2}{a^2}$$

Selanjutnya untuk resultan gaya pada muatan q_2 diperoleh dari perpaduan antara F_{12} dan F_{23} dimana kedua gaya membentuk sudut 90^o, sehingga resultan gaya pada q_2 adalah

$$F_2 = \sqrt{(F_{12})^2 + (F_{23})^2}$$

$$F_2 = \sqrt{\left(d\frac{2}{9}\right)^2 + \left(d\frac{1}{8}\right)^2}$$

$$F_2 = d\sqrt{0{,}1267} \approx 0{,}356d = 0{,}356k\frac{q^2}{a^2}$$

Kemudian untuk resultan gaya pada muatan q_3 diperoleh dari perpaduan antara F_{13} dan F_{23}. Kedua gaya ini membentuk sudut 150^o. Dengan demikian diperoleh resultan gaya yaitu:

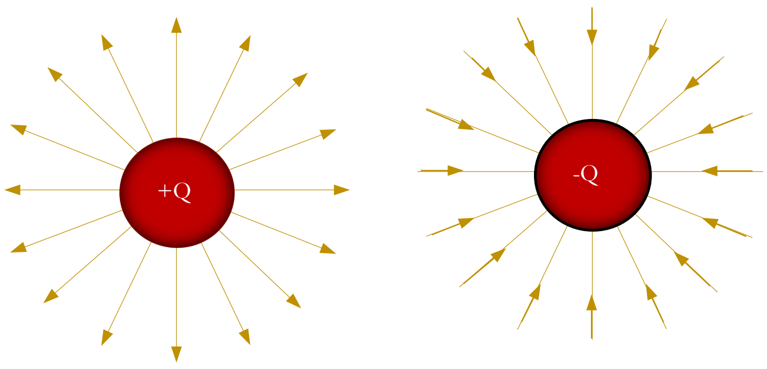
$$F_3 = \sqrt{(F_{13})^2 + (F_{23})^2 + 2F_{13}F_{23}\cos 150^o}$$

$$F_3 = \sqrt{\left(d\frac{1}{25}\right)^2 + \left(d\frac{1}{8}\right)^2 + \left(d\frac{1}{25}\right)\left(d\frac{1}{8}\right)(-0{,}87)}$$

$$F_3 = d\sqrt{0{,}01285} \approx 0{,}113d = 0{,}113k\frac{q^2}{a^2}$$

C. MEDAN ELEKTROSTATIS

Medan listrik (E) adalah daerah dimana sebuah muatan (apakah muatan positip atau negatip) masih memiliki pengaruh (efek listrik) jiak muatan itu ditempatkan dalam suatu titik dalam ruang. Pengertian ini mirip dengan api unggung dimana ada titik tertentu yang jarak r dari api unggung dirasakan panasnya.



Gambar-1.2 Arah-arah garis medan

Misalkan saja dalam suatu ruang, kita tempatkan muatan positip Q, maka pada titik-titik tertentu dari muatan Q tersebut masih ada pengaruhnya. Untuk mengetahuinya pengaruh muatan Q tersebut, maka kita tempatkan muatan uji q. Untuk menggambarkan medan listrik maka para ahli membuat perumpamaan "garis-garai medan", yaitu seolah-olah muatan listrik tersebut mengeluarkan "sesuatu" berupa garis-garis berarah secara radial. Jika digambarkan garis-garis medan bentuknya seperti diperlihatkan pada gambar-1.2.

Garis-garis medan listrik pada gambar-1.2 hanyalah garis khayal untuk menunjukkan bahwa arah medan yang ditumbulkan oleh muatan positip arahnya ke luar secara radial, dan sebaliknya untuk muatan negatif arahnya masuk menuju muatan secara radial. Begitulah cara manusia mencoba mempelajari perilaku alam

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\iint \frac{\sigma R^2 \sin\theta d\theta d\varphi}{(R^2 + z^2 - 2Rz\cos\theta)^{\frac{3}{2}}}(z - R\cos\theta) \quad \ldots (1.5.2)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int_0^{\pi} \frac{\sigma R^2 \sin\theta (z - R\cos\theta) d\theta}{(R^2 + z^2 - 2Rz\cos\theta)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{2\pi} d\varphi \quad \ldots (1.5.3)$$

$$E = \frac{\sigma R^2}{4\pi\varepsilon_o}(2\pi)\int_0^{\pi} \frac{\sin\theta (z - R\cos\theta) d\theta}{(R^2 + z^2 - 2Rz\cos\theta)^{\frac{3}{2}}} \quad \ldots (1.5.4)$$

Pekerjaan kita selanjutnya adalah menyelesaikan integral pada persamaan (1.5.4). Tentu saja mekanismenya adalah dengan menggunakan permisalan yaitu:

$$u = \cos\theta \rightarrow du = -\sin\theta d\theta$$

Perubahan variabel θ menjadi u, menjadikan batas integrasi berubah yaitu dari $\theta=0$ menjadi u=1, dan $\theta=\pi$ menjadi u=-1, dengan demikian persamaan (1.5.4) dapat ditulis menjadi:

$$E = \frac{\sigma R^2}{4\pi\varepsilon_o}(2\pi)\int_{-1}^{1} \frac{(z - Ru) d\theta}{(R^2 + z^2 - 2Rzu)^{\frac{3}{2}}} du \quad \ldots (1.5.5)$$

Jika kita selesaikan integral pada persamaan (1.5.5), maka akan kita dapatkan hasilnya adalah:

$$E = \frac{2\pi\sigma R^2}{4\pi\varepsilon_o z^2}\left\{\frac{(z - R)}{|z - R|} - \frac{(-z - R)}{|z + R|}\right\} \quad \ldots (1.5.6)$$

Selanjutnya kita analisis persamaan (1.5.6) yaitu untuk z>R (diluar bola) maka medan listriknya adalah:

$$E = \frac{2\pi\sigma R^2}{4\pi\varepsilon_o z^2}\left\{\frac{(z-R)}{|z-R|} - \frac{(-z-R)}{|z+R|}\right\} = \frac{4\pi\sigma R^2}{4\pi\varepsilon_o z^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{z^2} \quad \ldots (1.5.7)$$

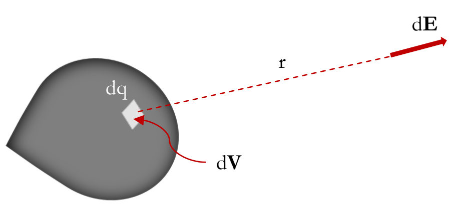
Catatan bahwa: $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$,

Sedangkan untuk z<R (didalam bola berongga), maka

$$E = \frac{2\pi\sigma R^2}{4\pi\varepsilon_o z^2}\left\{\frac{(z-R)}{|z-R|} - \frac{(-z-R)}{|z+R|}\right\} = 0 \quad \ldots (1.5.8)$$

3. Medan oleh Muatan Volum

Medan oleh muatan volume adalah medan listrik yang ditimbulkan oleh muatan listrik yang terdistribusi dalam body suatu volume. Untuk keperluan penjabaran rumus medan listrik maka didefinisikan muatan persatuan volume yang dirumuskan: $dq = \rho dV$. Secara ilustrasi gambar medan listrik oleh muatan volume dijelaskan seperti berikut ini.



Gambar-1.8 Medan listrik oleh muatan volum

Berdasarkan gambar-1.8 di atas, maka medan listrik yang ditimbulkan oleh muatan volume sejauh r adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int \frac{dq}{r^2}\hat{\mathbf{r}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int \frac{\rho dV}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \quad \ldots (1.10)$$

Contoh Soal-1.6

Bola pejal berjari-jari R mengandung muatan yang terdistribusi secara merata disekujur bola. Tentukan medan listrik pada jarak z dari pusat bola jika a) z>R dan b) z<R.

Solusi Contoh Soal-1.6

Contoh soal-1.6 ini memiliki kemiripan dengan contoh dalam proses penentuan medan listrik khususnya untuk z>R atau medan listrik di luar bola. Jadi persamaan medan listrik oleh muatan bola yang terletak sejauh z dimana z>R atau diluar bola adalah:

$$\mathrm{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{z}^2} \qquad \ldots\ 1.6.1)$$

Persamaan (1.6.1) diambil dari persamaan (1.5.7) di atas. Sedangkan untuk medan listrik oleh muatan volume pada z=R adalah cukup mengganti z=R yang terdapat pada persamaan (1.6.1) yaitu:

$$\mathrm{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{R}^2} \qquad \ldots (1.6.2)$$

Dimana Q adalah muatan total yang terdapat dalam bola. Selanjutnya, untuk medan listrik sejauh z=r<R (didalam bola) dapat ditentukan dengan menggunakan perbandingan muatan total persatuan volume yaitu:

$$\frac{\mathrm{Q}}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi r^3} \rightarrow \quad \mathrm{q} = \frac{r^3}{R^3}\mathrm{Q} \qquad \ldots (1.6.3)$$

Maka medan listrik pada jarak r (didalam bola) adalah:

$$\mathrm{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\mathrm{q}}{\mathrm{r}^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{R}^3}\mathrm{Q} \qquad \ldots (1.6.4)$$

4. Hukum Gauss

Dalam fisika kita mengenal sebuah operator nabla. Operator nabla ini merupakan operato vektor. Operator nabla di simbolkan $\vec{\nabla}$, secara matematis operator ini dirumuskan:

$$\vec{\nabla} = \mathrm{i}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}} + \mathrm{j}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dy}} + \mathrm{k}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dz}} \qquad \ldots (1.11)$$

Jika operator nabla ini bekerja pada suatu fungsi skalar maka dinamakan gradien, jika bekerja dengan perkalian dot pada suatu besaran vektor maka dinamakan divergensi, sedangkan jika bekerja pada perkalian cross pada suatu besaran vektor dinamakan curl.

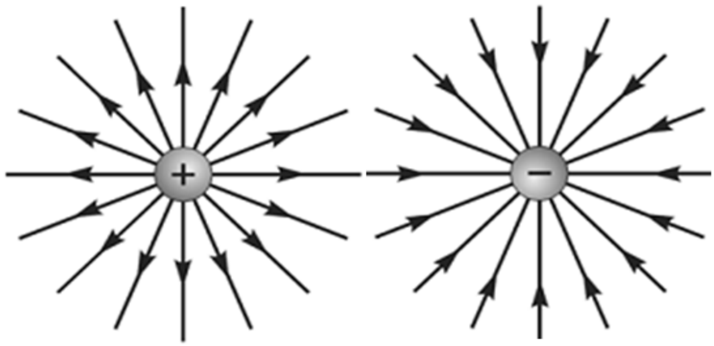
$$\vec{\nabla}(\varphi) = \mathrm{i}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dx}} + \mathrm{j}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dy}} + \mathrm{k}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dz}} \quad (\text{Gradien}) \qquad \ldots (1.12)$$

$$\vec{\nabla}.(\mathbf{F}) = \frac{\mathrm{dF}}{\mathrm{dx}} + \frac{\mathrm{dF}}{\mathrm{dy}} + \frac{\mathrm{dF}}{\mathrm{dz}} \quad (\text{Divergensi}) \qquad \ldots (1.13)$$

$$\vec{\nabla} \times (\mathbf{F}) = \begin{vmatrix} \mathrm{i} & \mathrm{j} & \mathrm{k} \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}} & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dy}} & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dz}} \\ \mathrm{F_x} & \mathrm{F_y} & \mathrm{F_z} \end{vmatrix} \quad (\text{Curl}) \qquad \ldots (1.14)$$

Medan listrik **E** adalah sebuah besaran vektor, maka ada dua kemungkinan yang bisa terjadi yaitu sifat divergensi dan curl. Oleh karena itu, pada bab ini kita akan membahas sifat divergensi dan curl dari medan listrik yang ditimbulkan oleh muatan kontinyu.

Sebelum kita membahas tentang hukum Gauss, maka terlebih dahulu perlu kita mengenal istilan garis medan listrik. Istilah garis medan listrik adalah suatu model atau garis khayal untuk menggambarkan medan listrik yang ditimbulkan oleh muatan listrik. Penggunaan model garis medan listrik bertujuan untuk memudahkan memahami konsep medan listrik. Sebuah muatan positip akan memancarkan medan listrik secara radial disekitar muatan tersebut. Untuk menggambarkan pancaran medan listrik tersebut, maka dilukiskan garis-garis medan seperti terlihat pada gambar-2.1 berikut ini.



Gambar-1.9 Garis-garis medan listrik oleh muatan positip dan muatan negatip

Terlihat pada gambar-1.9 bahwa untuk muatan positip arah garis-garis medannya keluar secara radial, sedangkan muatan negatip ada masuk secara radial menuju muatannya. Jumlah garis-garis medan listrik yang menembus secara tegak lurus sebuah luasan didefenisikan sebagai fluks medan listrik, dan dirumuskan:

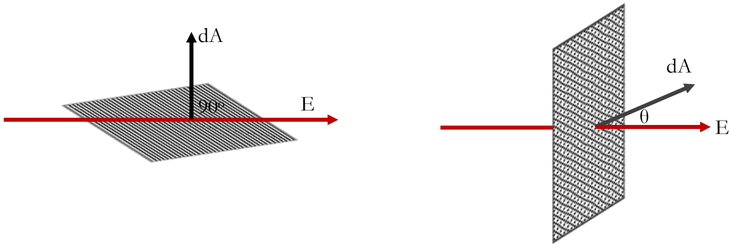
$$d\phi = E.\,dA \qquad \dots (1.15)$$

Dimana dϕ adalah fluks medan listrik dengan satuan Nm^2/C. Arti persamaan (2.5) adalah perkalian dot antara E dan dA dimana arah medan E dan vektor luasa (dA) dipilih yang sejajar. Jika arah E dan dA membentuk sudut 90^o artinya nilai dϕ = 0 atau tidak ada garis-garis medan listrik yang menembus luasan dA. Jika sudut antara E dan dA membentuk sudut θ, maka fluks medan listriknya tidak nol. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat ilustrasi gambar-2.2 berikut di sebelah.

Pada bab 1 telah dirumuskan persamaan medan listrik yang ditimbulkan oleh muatan q yaitu:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad \text{... (1.16)}$$

Jika persamaan (2.6) ini kita subsitusikan ke persamaan (2.5) di atas, maka kita akan peroleh:



$$d\phi = E.dA = 0 \qquad d\phi = E.dA = E\,dA\cos\theta$$

Gambar-1.10 Besar dϕ ditentukan sudut antara E dan dA

$$d\phi = \mathbf{E}.d\mathbf{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}(\hat{\mathbf{r}}.dA) \qquad \text{... (1.17)}$$

Dan persamaan (2.7) dinyatakan dalam integral maka dihasilkan:

$$\int \mathbf{E}.d\mathbf{A} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}(\hat{\mathbf{r}}.dA) \qquad \text{... (1.18)}$$

Kemudian elemen d**A** diubah menjadi $d\mathbf{A} = r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{r}$ (elemen luas dalam sistim koordinat bola), lalu kita masukkan ke persamaan (2.8), kemudian kita integral sesuai aturan maka didapatkan:

$$\int \mathbf{E}.d\mathbf{A} = \int \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}\right).\ (r^2\sin\theta d\theta\ d\phi\ \hat{r}) = \frac{q}{\varepsilon_o} \qquad \text{... (1.19)}$$

Persamaan (2.9) di atas dikenal dengan nama "hukum Gauss", dimana q dalam hal ini dinamakan "muatan yang diselubungi oleh permukaan Gauss", sehingga secara umum persamaan Gauss ditulis:

$$\int \mathbf{E}.\,\mathrm{d}\mathbf{A} = \frac{q_s}{\varepsilon_o} \qquad \text{... (1.20)}$$

Contoh Soal-1.7

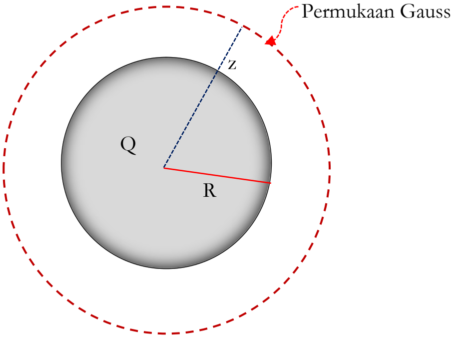
Bola pejal berjari-jari R mengandung muatan total Q yang tersebar merata disekujur badan bola. Tentukan medan listrik pada jarak z jika (a) z>R (diluar bola), (b) z=R, dan (c) z<R (didalam bola).

Solusi Contoh Soal-1.7

Untuk contoh soal ini, maka kita gunakan hukum Gauss untuk menentukan medan listrik. Yang penting harus dilakukan adalah melukiskan permukaan Gauss pada titik dimana medan listrik ditentukan.

(a) Untuk z>R (diluar bola)

Dengan menggunakan persamaan (2.10), maka dengan mudah kita dapat tentukan medan listrik pada jarak z (diluar bola) seperti berikut ini.



$$\int \mathbf{E}.\,\mathrm{d}\mathbf{A} = \frac{q_s}{\varepsilon_o}$$

$$\mathrm{E}.\,(4\pi z^2) = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

$$\mathrm{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{z^2} \quad \text{... (1.7.1)}$$

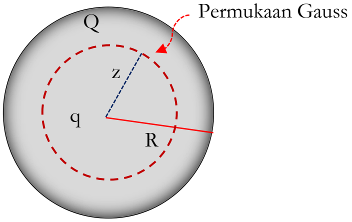
(b) Untuk z=R

Cukup kita gunakan persamaan medan yang diperoleh pada bagian (a), yaitu dengan mengganti z=R, yaitu:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^2} \quad \dots (1.7.2)$$

(c) Untuk z<R (di dalam bola)

Permukaan Gauss yang dilukiskan di dalam bola melingkupi muatan sebesar q (yaitu bagian daerah terdapat muatan dalam bola). Sehingga medan listrik pada jarak z (z<R) adalah:



$$\int \mathbf{E}.\,d\mathbf{A} = \frac{q_s}{\varepsilon_o}$$

$$E.\,(4\pi z^2) = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{z^2} \quad \dots (1.7.3)$$

Perlu kita ketahui nilai q pada persamaan (1.7.3) tidak dapat diketahui dengan tepat. Yang kita ketahui dalam soal adalah muatan total Q. Oleh karena itu kita gunakan perbandingan muatan persatuan volume yaitu:

$$\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi z^3} \quad \rightarrow q = Q\frac{z^3}{R^3} \quad \dots (1.7.4)$$

Selanjutnya kita mensubsitusi persamaan (1.7.4) ke persamaan (1.7.3) sehingga diperoleh:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Qz}{R^3} \quad \dots (1.7.5)$$

Selain persamaan integral seperti persamaan (1.20) di atas, persamaan hukum Gauss juga dapat dinyatakan dalam bentuk diferensial. Untuk mengubah persamaan Gauss dari bentuk integral ke diferensial, diperlukan teorema divergen seperti berikut ini.

$$\int_{\mathrm{Surface}} \mathrm{E.dA} = \int_{\mathrm{Volume}} (\nabla.\mathrm{E})\mathrm{d}\tau \qquad \text{... (1.21)}$$

Dimana $d\tau$ adalah elemen volume. Kemudian kita tulis ulang q_{enc} dalam bentuk kerapatan muatan yaitu:

$$q_{enc} = \int_{\mathrm{Volume}} \rho \mathrm{d}\tau \qquad \text{... (1.22)}$$

Dan hukum Gauss:

$$\int_{surface} \mathbf{E.dA} = \int_{\mathrm{Volume}} (\mathbf{\nabla.E})\mathrm{d}\tau = \frac{q_s}{\varepsilon_o} = \int_{surface} \left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{\varepsilon_o}}\right) d\tau \qquad \text{... (1.23)}$$

Jadi dari persamaan (1.23), suku yang tebal disamakan sehingga diperoleh hukum Gauss dalam bentuk diferensial adalah:

$$\nabla.\mathrm{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o} \qquad \text{... (1.24)}$$

Contoh Soal-1.8

Anggap medan listrik yang ditimbulkan oleh muatan yang terdistribusi secara merata dalam medium bola adalah $E = kr^3\hat{r}$ (dalam sistem koordinat bola dan k adalah konstanta), maka tentukan: (1) kerapatan muatan persatuan volume, dan (2) muatan total yang terkandung dalam bola yang berjari-jari R.

Solusi Contoh Soal-1.8

Untuk menjawab contoh soal ini khususnya bagian (1), maka kita gunakan persamaan (1.24) di atas, yaitu:

$$\rho = \varepsilon_o \nabla . E = \varepsilon_o \left(\hat{r} \frac{d}{dr} \right) . (kr^3 \hat{r}) = \varepsilon_o \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^5 k) = 5\varepsilon_o kr^2 \quad ... (1.8.1)$$

Sedangkan untuk bagian (2), maka kita gunakan hukum Gauss yaitu:

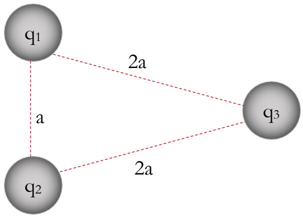
$$q_{enc} = \varepsilon_o \oint \mathbf{E}.\mathbf{dA} = \varepsilon_o (kR^3)(4\pi R^2) = 4\pi\varepsilon_o kR^5 \qquad ... (1.8.2)$$

E. SOAL PEMANTAPAN MATERI

Berikut ini disajikan soal-soal yang berkaitan dengan pembahasan di atas. Tujuannya adalah memantapkan pemahaman terhadap materi yang dipelajari.

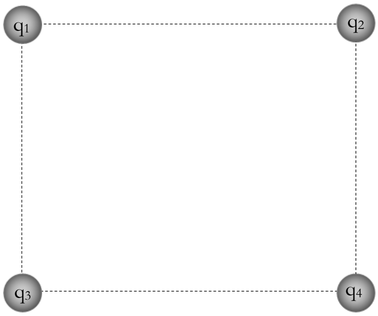
Soal Pemantapan-1.1

Tiga buah muatan masing-masing q_1=+q, q_2=-2q dan q_3=-3q, tersusun seperti konfigurasi gambar di samping. Tentukan besarnya gaya elektrostatik yang dialami oleh ketiga muatan tersebut.



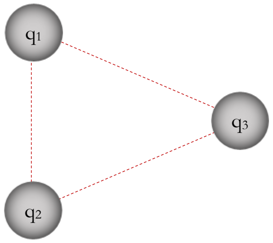
Soal Pemantapan-1.2

Empat muatan yaitu q_1=q, q_2=-q, q_3=-q, dan q_4= 2q. Keempat muatan tersebut berada dalam sudut-sudut bujur sangkar seperti gambar di samping. Jika panjang sisi-sisi bujur sangkar adalah b, maka tentukan besar resultan gaya yang dialami oleh muatan q_5=-q yang terletak di tengah-tengah bujur sangkar



Soal Pemantapan-1.3

Tiga muatan masing-masing q_1=q, q_2=-2q, dan q_3=-q tersusun pada segitiga sama sisi dengan panjang sisi a (gambar di samping. Tentukan medan listrik pada titik pusat segitiga.



Soal Pemantapan-1.4

Dua muatan terpisah sejauh d. Muatan tersebut masing-masing besarnya adalah +q dan -2q. Tentukan di titik mana yang memiliki medan listriknya nol.

Soal Pemantapan-1.5

Kawat yang panjangnya L mengandung muatan positip. Tentukan medan listrik yang ditimbulkan oleh kawat tersebut pada jarak z diukur pada salah satu ujung kawat tersebut. Setelah itu, analisis persamaan medan tersebut untuk kasus z»L dan juga untuk kasus L sangat panjang.

Soal Pemantapan-1.6

Pada sebuah kawat berbentuk lingkaran dengan jari-jari R. Pada kawat tersebut terdapat muatan terdistribusi secara merata. Jika muatan total yang terdapat pada kawat adalah Q, maka tentukan medan listrik yang ditimbulkan oleh kawat pada jarak z diukur dari titik pusat lingkaran.

Soal Pemnatapan-1.7

Sebuah pelat berbentuk lingkaran mengandung muatan yang terdistribusi secara merata pada permukaannya. Tentukan medan listrik pada jarak z diukur dari pusat lingkaran.

Soal Pemantapan-1.8

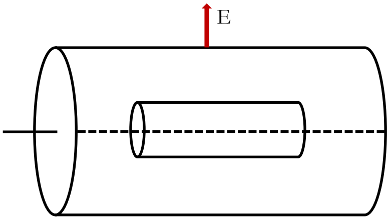
Sebuah pelat persegi panjangnya a dan lebarnya b. Pada pelat tersebut terdapat muatan yang terdistribusi secara merata dan homogen. Tentukan medan listrik pada jarak z diukur dari pusat pelat.

Soal Pemnatpan-1.9

Muatan total Q terdistribusi secara merata dalam pelat berbentuk lingkaran yang berjari-jari R. Tentukan medan listrik pada jarak z diukur dari pusat lingkaran.

Soal Pemantapan-1.10

Sebuah silinder pejal mengandung kerapatan muatan secara proporsional terhadap jarak dari sumbu silinder (katakan sumbu-x) yaitu $\rho=kr$, dengan k adalah konstanta dan r adalah variabel jarak dari sumbu silinder. Tentukan medan listrik di dalam silinder.

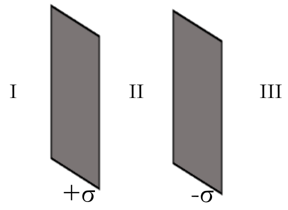


Soal Pemantapan-1.11

Sebuah pelat berbentuk persegi yang sangat panjang membawa muatan permukaan σ. Tentukan medan listrik pada jarak tertentu di atas pelat tersebut.

Soal Pemantapan-1.12

Dua pelat persegi memiliki ukuran yang sama, masing-masing membawa muatan +σ dan -σ. Kedua pelat tersebut dipasang berjejer seperti terlihat pada gambar di samping. Tentukan medan listrik pada daerah I, II, dan III.



BAB 2
POTENSIAL DAN USAHA LISTRIK

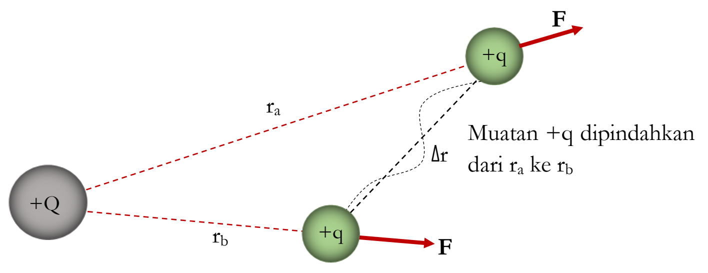
A. PENDAHULUAN

Istilah potensial dan usaha banyak dibahas pada mekanika. Potensial adalah potensi yang dimiliki oleh suatu sistem untuk melakukan kerja. Sebagai contoh benda yang tergantung di langit-langit rumah terhadap bidang lantai berjarak h dikatakan benda tersebut memiliki potensi atau energi potensial untuk melakukan usaha. Sedangkan usaha adalah proses pergerakan suatu sistem disebabkan oleh adanya gaya yang bekerja pada sistem tersebut. Jadi meskipun ada suatu benda yang bergerak misalnya bergerak konstan, maka benda itu tidak melakukan usaha karena tidak ada gaya yang bekerja pada benda tersebut (atau tidak ada percepatan).

Dalam kelistrikan juga dikenal istilah potensial dan usaha listrik, akan tetapi perumusan potensial dan usaha listrik berbeda dengan perumusan potensial dan usaha pada mekanika. Tetapi, keduanya memiliki prinsip penjabaran yang sama. Potensial dan usaha listrik ini tentu saja ditimbulkan karena adanya muatan yang menimbulkan medan listrik. Bagaimana mengetahui kedua hal tersebut, maka berikut ini akan dijelaskan mekanisme penjabaran persamaan potensial dan usaha listrik.

B. POTENSIAL LISTRIK

Untuk memahami tentang potensial listrik, maka kita membutuhkan konsep medan listrik yang ditimbulkan oleh muatan Q. Misalkan dalam suatu ruang terdapat muatan +Q, maka muatan tersebut akan menimbulkan medan listrik yang arahnya keluar secara radial. Selanjutnya, pada jarak r_a kita tempatkan muatan uji +q, lalu muatan tersebut kita pindahkan mendekati muatan +Q pada jarak r_b ($r_b < r_a$), maka untuk memindahkan muatan +q dari jarak r_a ke r_b membutuhkan usaha untuk melawan gaya tolak antara muatan +Q dan +q tersebut. Besarnya usaha tersebut adalah:



Gambar-2.1 Proses pemindahan muatan +q

$$\mathrm{dW} = \mathrm{F.dr} \qquad \text{... (2.1)}$$

Selanjutnya kita ganti F dengan persamaan Coulomb, sehingga diperoleh persamaan:

$$\mathrm{W} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int_{r_a}^{r_b}\frac{Qq}{r^2}\mathrm{dr} = -\left|\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\ \frac{Qq}{r}\right|_{r_a}^{r_b} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right] \qquad \text{... (2.3)}$$

Sedangkan yang dimaksudkan dengan potensial yang ditimbulkan oleh muatan +Q pada jarak r_a yaitu V=W/q dengan syarat r_b=tak berhingga. Sehingga dengan pernyataan ini, maka potensial oleh muatan +Q pada titik tertentu adalah:

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{q}} = \frac{\mathrm{Q}}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{\mathrm{r_a}} \ \text{ atau } \ \mathrm{V} = \frac{\mathrm{Q}}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{\mathrm{r}} \qquad \text{... (2.4)}$$

Jika kita ingin menentukan medan listrik oleh muatan +Q pada jarak tertentu, maka persamaan medannya adalah:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{Q}}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{\mathrm{r}^2} \qquad \text{... (2.5)}$$

Kelihatan bahwa persamaan potensial dengan medan listrik ada kemiripannya, yang menbedakan hanyalah faktor r dan r^2, sehingga hubungan antara potensial listrik dengan medan listrik dapat dirumuskan:

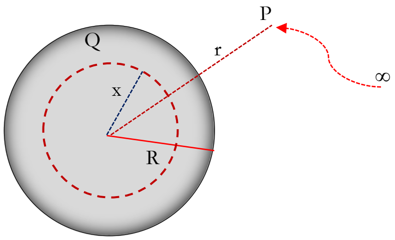
$$\frac{d}{dr}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r^2}\right) \equiv -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r^2} \quad \rightarrow \quad \nabla V = -E \qquad \text{... (2.6)}$$

Persamaan (2.6) dapat pula dinyatakan dalam bentuk integrasi seperti ditunjukkan oleh persamaan berikut:

$$V(r) = -\int E.dr \qquad \text{... (2.7)}$$

Contoh Soal-2.1
Tentukan potensial listrik di dalam dan diluar bola berongga yang berjari-jari R (anggap ketebalan bola tipis) yang membawa muatan merata dan homogen di permukaan bola.

Solusi Contoh Soal-2.1
Untuk menyelesaikan soal ini terlebih dahulu kita tentukan medan listrik pada titik tertentu di luar bola yang berjarak r. Berdasarkan hukum Gauss untuk medan listrik oleh bola berongga adalah:



$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r^2} \qquad \text{... (2.1.1)}$$

Perasamaan (2.1.1) adalah medan listrik di luar bola, sedangkan untuk didalam bola medan listrik E=0. Sementara, Q adalah muatan total pada bola berongga. Dengan demikian, potensial di luar bola dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (2.7)

$$V(r) = -\int E.dr = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\int_{\infty}^{r}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r}\Big]_{\infty}^{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r} \quad \dots(2.1.2)$$

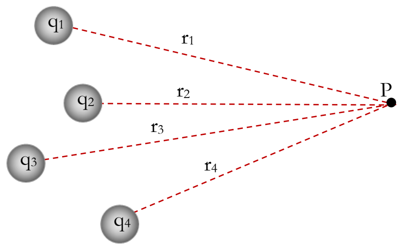
Sedangkan untuk potensial di dalam bola (anggap jarak tersebut adalah x) adalah

$$V(r) = -\int E.dr = -\int_{\infty}^{x} E.dr = -\left(\int_{\infty}^{R} E.dr - \int_{R}^{x} 0.dr\right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{R} \quad \dots(2.1.3)$$

C. POTENSIAL LISTRIK OLEH MUATAN DISKRIT

Persamaan potensial untuk jenis muatan diskrit akan memiliki persamaan yang berbeda untuk satu muatan saja seperti ditunjukkan pada persamaan (2.4) di atas. Katakan untuk jumlah muatan yang banyak (diskrit) maka persamaan potensial pada titik tertentu dirumuskan:



Gambar-2.2 Potensial oleh muatan diskrit

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i} \quad \dots(2.8)$$

Besaran q_i pada persamaan (2.8), saat digunakan untuk menentukan potensial listrik, maka nilai muatannya dimasukkan sesuai dengan jenis muatannya. Jika muatan negatif, maka tetap dimasukkan nilai muatan negatipnya.

besarnya beda potensial tersebut dan (2) tentukan pula kecepatan elektron tersebut.

Solusi Contoh Soal-2.6

Berdasarkan pernyataan soal kita peroleh informasi bahwa massa elektron tidak melebihi 1% (0,01) dari massa diamnya atau

$$mc^2 = m_o c^2 + 0{,}01 m_o c^2 \quad \rightarrow \quad m = 1{,}01 m_o$$

Dengan merujuk pada persamaan $E = m_o c^2 + E_k$, maka kita dapat menentukan energi kinetik elektron yaitu:

$$E_k = 0{,}01\ m_o c^2 = (0{,}01)(\ 511.000\ \text{eV}) = 5.110\ \text{eV}$$

Jadi beda potensial yang digunakan adalah sebesar 5.110 volt. Sedangkan kecepatan elektron untuk beda potensial seperti itu adalah:

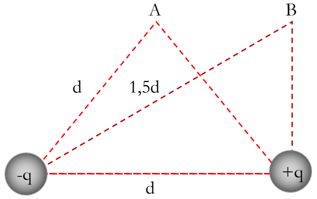
$$v = \sqrt{1 - \left(\frac{m_o}{m}\right)^2}\ c = \sqrt{1 - \left(\frac{m_o}{1{,}01 m_o}\right)^2}\ c = 0{,}14c$$

H. SOAL PEMANTAPAN MATERI

Berikut ini disajikan soal-soal yang berkaitan dengan pembahasan di atas. Tujuannya adalah memantapkan pemahaman terhadap materi yang dipelajari.

Soal Pemantapan-2.1

Dua muatan +q dan -q terpisah sejauh d (muatan dipol) tentukan beda potensial antara dua titik A dan B seperti terlihat pada gambar di samping.



Soal Pemantapan-2.2

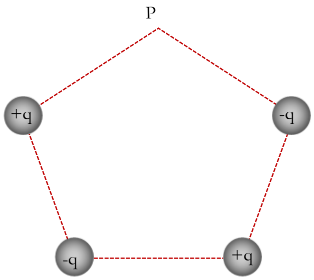
Medan sebuah muatan garis ditentukan oleh persamaan $E = 2k\frac{\lambda}{r}$ dimana k adalah konstan elektrostatis dan λ adalah muatan persatuan garis. Tentukan (1) beda potensial antara dua titik sembarang pada jarak r_a dan r_b, (2) anggap jika r_a terletak dijauh tak berhingga, bagaimana potensial di A, dan (3) anggap jika r_b dijauh tak berhingga, bagaimana potensial dititik B

Soal Pemantapan-2.3

Sebuah bola pejal mengandung muatan yang terdistribusi secara merata. Muatan total dalam bola adalah Q. Jari-jari bola tersebut adalah R. Tentukan potensial listrik pada: (1) jarak z dari pusat bola yang letaknya diluar bola dan (2) jarak z yang letaknya di dalam bola.

Soal Pemantapan-2.4

Sebuah konfigurasi segilima sama sisi yang panjang sisinya s. Titik sudut segilima tersebut terdapat muatan-muatan seperti diperlihatkan pada gambar di samping. Tentukan (1) besarnya usaha yang diperlukan untuk memindahkan muatan +q dari jauh tak berhingga ke titik P dan (2) besarnya energi elektrostatis setelah titik P terisi muatan +q



Soal Pemantapan-2.5

Setetes minyak massanya $3x10^{-11}$ gr dan radiusnya $2x10^{-4}$ cm mengandung 10 elektrron lebih. Berapa kecepatan akhirnya jika (a) jatuh dalam daerah dengan medan listrik nol, (b) jatuh daloam medan listrik $3x10^5$ N/C mengarah ke bawah. Diketahui viskositas udara $180x10^{-7}$ Ns/m^2 dan gaya apun udara diabaikan.

Soal Pemantapan-2.6

Setetes minyak bermuatan dalam percobaan Milikan, ternyata jatuh 1 mm dalam waktu 27,4 detik dalam keadaan medan listrik nol. Tetes minyak yang sama dapat dibuat diam dalam medan $2,37x10^4$ N/C. Berapa banyak elektron yang terdapat dalam tetes minyak tersebut. Diketahui kerapatan minyak 824 kg/m^3, kerapatan udara 1,29 kg/m^3 dan viskositas udara 180×10^{-7} Ns/m^2.

Soal Pemantapan-2.6

Sebuah akselerator elektron mempercepat elektron dengan beda potensial sebesar $6,5 \times 10^9$ volt, sehingga energi kinetiknya $6,5 \times 10^9$ eV. Tentukan: (1) perbandingan massa m sebuah elektron yang memiliki energi sebesar tersebut terhadap massa diamnya, (2) tentukan perbandingan kecepatan v terhadap kecepatan cahaya, dan (3) berapa kecepatannya jika dihitung menurut azas mekanika klasik.

BAB 3
TEKNIK SPESIAL MENGHITUNG POTENSIAL

A. PENDAHULUAN

Pada bab terdahulu telah kita rumuskan persamaan medan listrik untuk muatan yang terdistribusi secara kontinyu pada sebuah elemen volume. Persamaan tersebut adalah:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int\left(\frac{\hat{r}}{r^2}\right)\rho d\tau \qquad \ldots(3.1)$$

Sedangkan untuk persamaan potensialnya dirumuskan:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int\left(\frac{1}{r}\right)\rho d\tau \qquad \ldots(3.2)$$

Kedua persamaan di atas, akan dimanipulasi dengan menggunakan pendekatan vektor, sehingga akan didapatkan penjabaran persamaan lain yang menghubungkan antara besaran E dan V.

B. PERSAMAAN LAPLACE DALAM KOORDINAT KARTESIAN

Hubungan antara medan listrik (E) dan potensial (V), telah dirumuskan pada bab 2, yaitu

$$V = -\int E.dr \qquad \ldots(3.3)$$

$$dV = -E.dr$$

$$\nabla V = -E \qquad \ldots(3.4)$$

Selanjutnya, kita tuliskan ulang persamaan Gauss dalam bentuk diferensial yang telah dijabarkan pada bab 1 berikut ini.

$$\nabla . \mathrm{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o} \qquad \dots (3.5)$$

Jika besaran E pada persamaan (3.5), kita gantikan dengan E yang terdapat pada persamaan (3.4), maka diperoleh persamaan:

$$\nabla . (-\nabla \mathrm{V}) = \frac{\rho}{\varepsilon_o}$$

$$\nabla^2 \mathrm{V} = -\frac{\rho}{\varepsilon_o} \qquad \dots (3.6)$$

Persamaan (3.6) inilah yang diketahui sebagai persamaan Poisson. Untuk daerah dimana tidak ada muatan, maka ρ=0, sehingga diperoleh persamaan Laplace yaitu:

$$\nabla^2 \mathrm{V} = 0 \qquad \dots (3.7)$$

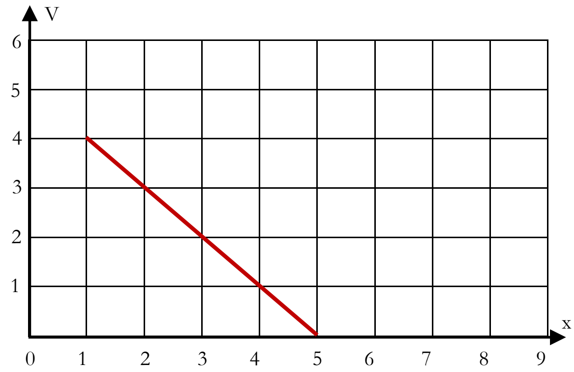
Pada bagian ini, kita akan membahas secara detail tentang persamaan Laplace tersebut, karena penggunaan persamaan ini banyak diterapkan pada pembahasan fisika lainnya seperti distribusi termal pada pelat. Secara diferensial untuk satu dimensi, persamaan (3.7) dapat ditulis seperti berikut.

$$\frac{\mathrm{d}^2 \mathrm{V}}{\mathrm{dx}^2} = 0 \qquad \dots (3.8)$$

Secara umum, solusi dari persamaan (3.8) adalah:

$$\mathrm{V} = \mathrm{mx} + \mathrm{b} \qquad \dots (3.9)$$

Dimana persamaan (3.9) merupakan persamaan garis lurus dan V hanya bergantung pada variabel x. Dalam persamaan tersebut terdapat konstanta m dan b. Misalkan saja, potensial V=4 pada x=1, dan V=0 pada x=5, maka persamaan garis dari potensial ini terhadap fungsi x adalah:



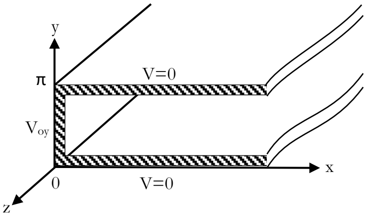
Sementara untuk untuk persamaan Laplace untuk dua dimensi, dirumuskan seperti berikut ini.

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} = 0 \qquad \text{...}(3.10)$$

Untuk menggunakan persamaan (3.10) dalam menyelesaikan problem potensial, dibutuhkan teknik tersendiri. Salah satunya adalah dengan menggunakan teknik pemisahan variabel. Untuk lebih jelasnya berikut ini akan diberikan contoh soal berikut.

Contoh Soal-3.1

Ada dua pelat paralel yang panjangnyanya tak berhingga dalam arah bidang xz. Pelat pertama berada di y=0 dan pelat kedua di y=π, kedua pelat diground (dibumikan) sehingga potensial pada kedua pelat nol. Tentukan potensial di antara kedua pelat.



Solusi Contoh Soal-3.1

Untuk menyelesaikan soal ini, maka terlebih dahulu kita tentukan syarat batasnya berdasarkan yang tampak pada gambar. Terlihat pada gambar, untuk sumbu-z merupakan variabel bebas (karena tidak ada potensial pada garis sumbu-z). Jadi persamaan Laplace untuk kasus dua dimensi adalah:

$$\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{d^2V}{dy^2}=0 \quad \dots (3.1.1)$$

Dengan syarat batas yaitu:

(1) V=0, untuk y=0
(2) V=0, untuk y=π
(3) V=V_o untuk x=0
(4) V$\rightarrow$0 untuk x$\rightarrow\infty$

Misalkan solusi untuk persamaan (3.1.1) adalah:

$$V(x,y)=X(x)Y(y) \quad \dots (3.1.2)$$

Kemudian fungsi V(x,y) pada persamaan (3.1.2) kita turunkan dua kali ke fungsi-x dengan menganggap y konstan, dan juga fungsi V(x,y) kitan turunkan ke fungsi-y dengan menggap x konstan. Hasilnya adalah:

$$\frac{d^2V}{dx^2}=Y\frac{d^2X}{dx^2} \quad \text{dan} \quad \frac{d^2V}{dy^2}=X\frac{d^2Y}{dy^2} \quad \dots (3.1.3)$$

Kemudian persamaan (3.1.3) kita subsitusi ke persamaan (3.1.1) di atas, sehingga kita dapatkan persamaan:

$$Y\frac{d^2X}{dx^2}+X\frac{d^2Y}{dy^2}=0$$

Atau kita sederhanakan dengan cara mengumpulkan dalam satu suku untuk X dan juga untuk Y. Caranya masing-masing ruas di bagi dengan XY, sehingga diperoleh:

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2}+\frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2}=0 \quad \dots (3.1.4)$$

Terlihat pada persamaan (3.1.4), bahwa untuk suku pertama hanya bergantung pada variabel X, demikian juga halnya untuk suku kedua hanya bergantung pada varibel Y. Kemudian kita misalkan untuk suku pertama sama dengan k dan suku kedua sama dengan -k, sehingga diperoleh:

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2}=k \quad \text{dan} \quad \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2}=-k \quad \dots (3.1.5)$$

Persamaan (3.1.5) merupakan persamaan diferensial orde dua linier dan homogen. Sehingga solusi persamaan tersebut adalah:

$$X(x) = Ae^{kx} + Be^{-kx} \quad \dots (3.1.6)$$

$$Y(y) = \mathrm{Csinky} + \mathrm{Dcosky} \quad \dots (3.1.7)$$

Jika kedua persamaan ini digabung, maka persamaan distribusi potensial antara kedua pelat adalah:

$$V(x,y) = (Ae^{kx} + Be^{-kx})(\mathrm{Csinky} + \mathrm{Dcosky}) \quad \dots (3.1.8)$$

Selanjutnya adalah kita terapkan syarat batas pada persamaan (3.1.8). Urutan syarat batas di atas, tidak harus diawali syarat batas ke-1, tetapi bagaimana kecermatan kita memilih syarat urutan syarat batas yang pertama agar kita tidak salah atau keliru dalam merumuskan. Berdasarkan pengalaman, biasanya terlebih dahulu yang dikenakan syarat batas adalah bagian komponen-x dan V=0. Dengan demikian syarat batas awal yang diterapkan adalah syarat batas ke empat yaitu $V \rightarrow 0$ untuk $x \rightarrow \infty$, sehingga persamaan (3.1.8) menjadi:

$$0 = (Ae^{k\infty} + Be^{-k\infty})(\mathrm{Csinky} + \mathrm{Dcosky})$$

$$A = 0$$

Sehingga persamaan (3.1.8) menjadi

$$V(x, y) = Be^{-kx}(C\sin ky + D\cos ky) \quad \ldots (3.1.9)$$

Selanjutnya, syarat batas-1 yaitu V=0, untuk y=0, diterapkan pada persamaan (3.1.9), maka diperoleh:

$$0 = Be^{-kx}(C\sin 0 + D\cos 0)$$

$$D = 0$$

Sehingga persamaan (3.1.9) menjadi:

$$V(x, y) = Be^{-kx}C\sin ky = BCe^{-kx}\sin ky = Fe^{-kx}\sin ky \quad \ldots (3.1.10)$$

Dimana BC=F. Kemudian diterapkan syarat batas ke-2 yaitu: V=0, untuk y=π ke persamaan (3.1.10), hasilnya adalah:

$0 = Fe^{-kx}\sin k\pi$ atau $\sin k\pi = 0$ sehingga

$$k\pi = 0, 1\pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, 5\pi, \ldots$$

$$k = 0,1,2,3,4,5, \ldots$$

Dari sini dapat diketahui bahwa nilai k itu adalah barisan bilangan bulat, sehingga secara umum persamaan (3.1.10) dapat dinyatakan sebagai penjumlahan deret seperti berikut.

$$V(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} F_k e^{-kx}\sin ky \quad \ldots (3.1.11)$$

Selanjutnya untuk syarat batas terakhir adalah $V=V_o$ untuk x=0 diterapkan pada persamaan (3.1.11), sehingga diperoleh:

$$V(0,y) = \sum_{k=1}^{\infty} F_k \sin ky = V_o$$

atau

$$\sum_{k=1}^{\infty} F_k \sin ky = V_o \quad \dots (3.1.12)$$

Kemudian, persamaan (3.1.12) diselesaikan lebih lanjut dengan menggunakan deret Fourier. Mekanismenya adalah persamaan (3.1.12) dikalikan dengan sin(ny)dy baik ruas kiri maupun ruas kanan, lalu diintegralkan dengan mengambil batas dari 0 sampai π, yaitu:

$$\sum_{k=1}^{\infty} F_k \int_0^{\pi} \sin ky \sin ny \, dy = \int_0^{\pi} V_o \sin ny \, dy \quad \dots (3.1.13)$$

Dimana untuk integral:

$$\int_0^{\pi} \sin ky \sin ny \, dy = \begin{cases} 0, \text{jika } k \neq n \\ \\ \frac{\pi}{2}, \text{jika } k = n \end{cases}$$

Dengan memasukkan hasil integrasi ini ke persamaan (3.1.13) maka diperoleh nilai konstanta F_k=F_n yaitu:

$$F_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{n} V_o \sin ny \, dy$$

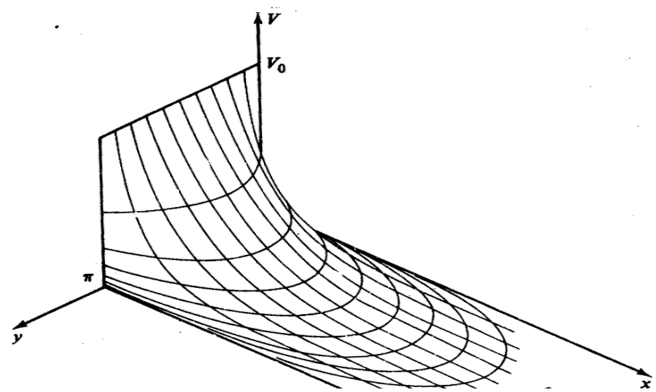
$$F_n = \frac{2V_o}{\pi} \int_0^{n} \sin ny \, dy = \frac{2V_o}{n\pi} \left(1 - \cos n\pi\right) = \begin{cases} 0, \text{jika n genap} \\ \\ \frac{4V_o}{n\pi}, \text{jika n ganjil} \end{cases}$$

$$F_n = F_k = \frac{4V_o}{n\pi}$$

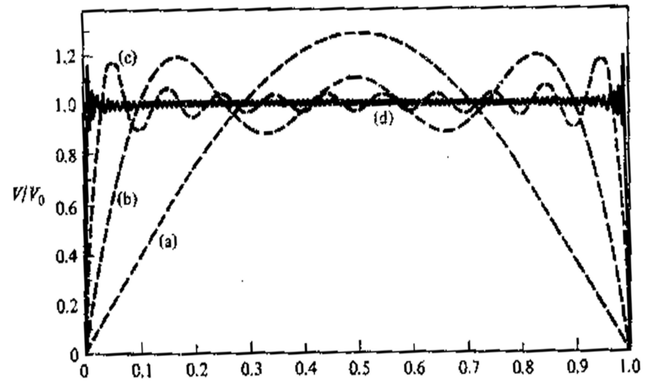
Dengan demikian persamaan (3.1.11) dapat ditulis ulang menjadi:

$$V(x, y) = \frac{4V_o}{\pi} \sum_{k=1,3,5\ldots}^{\infty} \frac{1}{k} e^{-kx} \sin ky \quad \ldots (3.1.14)$$

Untuk mengetahui secara nyata persamaan (3.1.14), maka bentuk grafik persamaan tersebut dilukiskan seperti berikut ini.



Gambar-3.1 Grafik tiga dimensi fungsi potensial pelat sejajar
Sumber: David.J.Griffith, Intr. To Electrodimanics (1984)

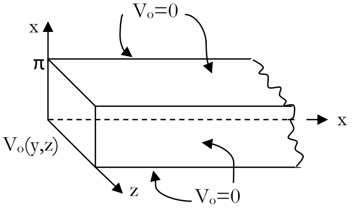


Gambar-3.2 Grafik fungsi potensial pelat sejajar
Sumber: David.J.Griffith, Intr. To Electrodimanics (1984)

Selanjutnya, akan ditinjau kembali persamaan Laplace tetapi untuk kasus tiga dimensi. Berikut ini sebuah soal yang berkaitan dengan potensial pada pelat sejajar dengan pembahasan persamaan Laplace tiga dimensi.

Contoh Soal-3.2

Sebuah pipa logam (metal) berbentuk persegi yang sangat panjang. Panjang sisi-sisi penampangnya adalah π. Untuk sisi di $x=0$ ada potensial $V_o(y,z)$ sebagaimana terlihat pada gambar di samping. Tentukan distribusi potensial di dalam pipa tersebut.



Solusi Contoh Soal-3.2

Dari gambar terlihat bahwa persamaan Laplace yang digunakan adalah :

$$\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{d^2V}{dz^2}=0 \quad \dots(3.2.1)$$

Jika ϵ pada persamaan (3.23) diganti dengan persamaan r, R dan θ maka diperoleh hasil:

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{R}\left(1 - \frac{1}{2}\left[\frac{r}{R}\left(\frac{r}{R} - 2\cos\theta\right)\right] + \frac{3}{8}\left[\frac{r}{R}\left(\frac{r}{R} - 2\cos\theta\right)\right]^2 - \frac{5}{16}\left[\frac{r}{R}\left(\frac{r}{R} - 2\cos\theta\right)\right]^3 + \cdots\right)$$

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{R}\left(1 + \left(\frac{r}{R}\right)(\cos\theta) + \left(\frac{r}{R}\right)^2\left(\frac{3}{2}cos^2\theta - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{r}{R}\right)^3\left(\frac{5}{2}cos^3\theta - \frac{3}{2}cos\theta\right) + \cdots\right) \quad \text{... (3.24)}$$

Komposisi persamaan (3.24) dapat diubah menjadi polinomial Legendre seperti berikut ini.

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{R}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{r}{R}\right)^n P_n(\cos\theta) \quad \text{... (3.25)}$$

Selanjutnya adalah persamaan (3.25) ini disubsitusi ke persamaan (3.21) sehingga diperoleh persamaan potensial dalam bentuk polinomial Legendre adalah:

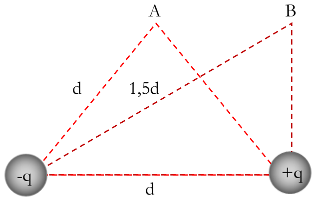
$$V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{R^{(n+1)}}\int r^n P_n(\cos\theta)\rho d\tau \quad \text{... (3.26)}$$

E. SOAL PEMANTAPAN MATERI

Berikut ini disajikan soal-soal yang berkaitan dengan pembahasan di atas. Tujuannya adalah memantapkan pemahaman terhadap materi yang dipelajari.

Soal Pemantapan-2.1

Dua muatan +q dan -q terpisah sejauh d (muatan dipol) tentukan beda potensial antara dua titik A dan B seperti terlihat pada gambar di samping.



Soal Pemantapan-2.2

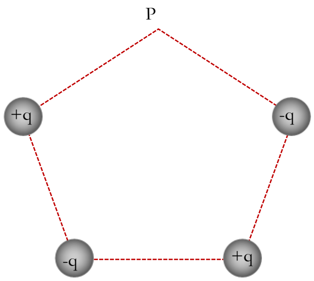
Medan sebuah muatan garis ditentukan oleh persamaan $E = 2k\frac{\lambda}{r}$ dimana k adalah konstan elektrostatis dan λ adalah muatan persatuan garis. Tentukan (1) beda potensial antara dua titik sembarang pada jarak r_a dan r_b, (2) anggap jika r_a terletak dijauh tak berhingga, bagaimana potensial di A, dan (3) anggap jika r_b dijauh tak berhingga, bagaimana potensial dititik B

Soal Pemantapan-2.3

Sebuah bola pejal mengandung muatan yang terdistribusi secara merata. Muatan total dalam bola adalah Q. Jari-jari bola tersebut adalah R. Tentukan potensial listrik pada: (1) jarak z dari pusat bola yang letaknya diluar bola dan (2) jarak z yang letaknya di dalam bola.

Soal Pemantapan-2.4

Sebuah konfigurasi segilima sama sisi yang panjang sisinya s. Titik sudut segilima tersebut terdapat muatan-muatan seperti diperlihatkan pada gambar di samping. Tentukan (1) besarnya usaha yang diperlukan untuk memindahkan muatan +q dari jauh tak berhingga ke titik P dan (2) besarnya energi elektrostatis setelah titik P terisi muatan +q



Soal Pemantapan-2.5

Setetes minyak massanya $3x10^{-11}$ gr dan radiusnya $2x10^{-4}$ cm mengandung 10 elektrron lebih. Berapa kecepatan akhirnya jika (a) jatuh dalam daerah dengan medan listrik nol, (b) jatuh daloam medan listrik $3x10^5$ N/C mengarah ke bawah. Diketahui viskositas udara $180x10^{-7}$ Ns/m^2 dan gaya apun udara diabaikan.

Soal Pemantapan-2.6

Setetes minyak bermuatan dalam percobaan Milikan, ternyata jatuh 1 mm dalam waktu 27,4 detik dalam keadaan medan listrik nol. Tetes minyak yang sama dapat dibuat diam dalam medan $2{,}37x10^4$ N/C. Berapa banyak elektron yang terdapat dalam tetes minyak tersebut. Diketahui kerapatan minyak 824 kg/m^3, kerapatan udara 1,29 kg/m^3 dan viskositas udara $180x10^{-7}$ Ns/m^2.

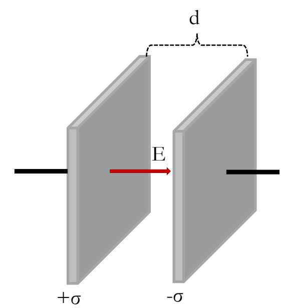
Soal Pemantapan-2.6

Sebuah akselerator elektron mempercepat elektron dengan beda potensial sebesar 6,5 x 10^9 volt, sehingga energi kinetiknya $6{,}5x10^9$ eV. Tentukan: (1) perbandingan massa m sebuah elektron yang memiliki energi sebesar tersebut terhadap massa diamnya, (2) tentukan perbandingan kecepatan v terhadap kecepatan cahaya, dan (3) berapa kecepatannya jika dihitung menurut azas mekanika klasik.

BAB 4
DIELEKTRIK DAN KAPASITOR

A. PENDAHULUAN

Pada pembahasan di bab 1, kita telah membahas tentang medan listrik yang ditimbulkan oleh dua pelat sejajar dimana kedua pelat mengandung muatan yang besarnya sama tetapi jenis muatannya berbeda. Secara ilustrasi kedua pelat tersebut digambarkan sebagai berikut.



Gambar-4.1 Dua pelat sejajar yang berbeda jenis muatan dengan konstan permitivitas udara (ε_o)

Medan listrik antara kedua pelat dirumuskan:

$$\mathrm{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} = \frac{Q}{\varepsilon_o A} \qquad \ldots (4.1)$$

Sedangkan beda potensial antara kedua pelat dirumuskan:

$$\mathrm{V} = \mathrm{E.d} = \frac{\mathrm{Qd}}{\varepsilon_0 \mathrm{A}} \qquad \ldots (4.2)$$

Dimana d adalah jarak antara dua pelat. Hal yang menarik adalah medium antara dua pelat yang diidentifikasi sebagai besaran permitivitas. Jika medium antara dua pelat adalah udara, maka dinamakan permitivitas udara tetapi jika medium berupa zat cair atau zat padat maka medium dinamakan permitivitas zat. Ternyata penempatan medium di antara dua pelat memiliki kaitan dengan sebuah komponen elektronik yang dinamakan "kapasitor".

B. KAPASITOR

Kapasitor adalah salah satu komponen yang sangat penting dalam dunia elektronika. Kapasitor adalah dua keping konduktor yang dipisahkan oleh suatu bahan isolator, setiap keping mengandung muatan yang sama besarnya tetapi jenisnya berbeda, sehingga muatan netto pada kapasitor secara keseluruhan adalah sama dengan nol. Sementara bahan isolator yang memisahkan antara dua keping dinamakan dielektrik.

Secara fisis kapasitor adalah komponen yang dapat menyimpan muatan apabila diberi beda potensial antara ujung-ujung kapasitor. Untuk menyatakan kapasitansi atau kemampuan kapasitor menyimpan muatan maka digunakan persamaan:

$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon_o \frac{A}{d} \qquad \dots (4.3)$$

atau

$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon \frac{A}{d} \qquad \dots (4.4)$$

Jadi ε menyatakan permitivitas bahan antara dua keping isolator (bahan dielektrik). Satuan dari kapasitor adalah farad (F).

Contoh Soal-4.1

Dua pelat konduktor diketahui memiliki kapasitansi sebesar 1 farad. Jarak antara dua pelat adalah 1 mm dan kedua pelat berada dalam ruang hampa. Maka tentukan luasnya pelat konduktor tersebut.

Solusi Contoh Soal-4.1

Untuk menentukan luas masing-masing pelat konduktor tersebut maka cukup kita gunakan persamaan:

$$A = \frac{Cd}{\varepsilon_o} = \frac{(1\ \mathrm{F})(10^{-3}\mathrm{m})}{8{,}85 \times 10^{-12}\mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}}} = 1{,}13 \times 10^{8}\mathrm{m^2}$$

Luas pelat konduktor tersebut setara dengan luas bujur sangkar yang panjang sisinya 10.600m. Oleh karena itu, dalam prakteknya ukuran sebuah kapasitor jarang menggunakan satuan farad, tetapi yang sering digunakan adalah mikrofarad ($1\mu F=10^{-6}$ F) dan pikofarad (1 pF=10^{-12} F).

C. KAPASITOR SERI-PARALEL

Sebelum kita membahas tentang bagaimana hubungan antara kapasitor dengan kapasitor lainnya atau hubungan seri paralel, maka perlu kita mengenal secara fisik berbagai jenis kapasitor yang umumnya yang digunakan dalam dunia elektronika beserta simbolnya.

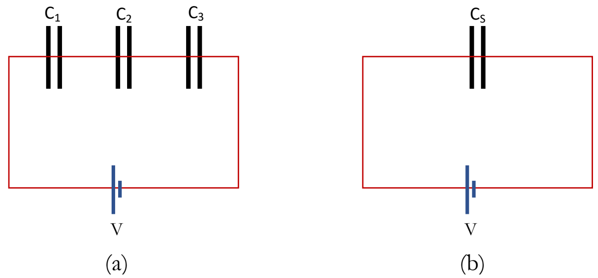
Nama Komponen	Gambar	Simbol
Kapasitor Keramik		
Kapasitor Polyster		
Kapasitor Kertas		
Kapasitor Mika		
Electrolit Capacitor		+ atau +
Kapasitor Tantalum		atau +

Sumber: sobatbee.com

1. Kapasitor Seri

Seringkali dalam dunia praktis, seorang teknisi diperhadapkan pada permasalahan ukuran kapasitor yang harus di pasang pada sebuah rangkaian. Misalnya, pada gambar rangkaian dikehendaki sebuah kapasitor yang memiliki nilai 4μF, akan tetapi komponen kapasitor tersebut tidak tersedia dan yang tersedia hanyalah kapasitor yang bernilai 12μF dalam jumlah yang banyak. Oleh karena itu seorang teknisi harus mendapatkan ukuran kapasitor dengan cara menghubungkan secara seri yang equivalen dengan kapasitor yang dikehendaki. Bagaimana rumusan equivalen kapasitor terhadap rangkaian kapasitor yang dirangkai seri?

Gambar-4.2a memperlihatkan tiga buah kapasitor yang dirangkai secara seri dan dihubungkan dengan beda potensial V. Maka tegangan pada masing-masing kapasitor adalah V_1, V_2 dan V_3.



Gambar-4.2 (a) Rangkaian seri, (b) Rangkaian equivalen

Dengan menggunakan persamaan (4.3) di atas, maka besarnya tegangan untuk masing-masing kapasitor adalah:

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} \qquad V_2 = \frac{Q}{C_2} \quad \text{dan} \quad V_3 = \frac{Q}{C_3} \qquad \dots (4.5)$$

Mengapa muatan yang tersimpan pada C_1, C_2 dan C_3 adalah sama? Karena komponen kapasitor disusun secara seri. Ini sama dengan prinsip arus yang mengalir pada rangkaian, dimana untuk rangkaian seri maka besar arus sama pada setiap komponen (I=Q/t). Sementara beda potensiak antara ujung-ujung kapasitor adalah berbeda. Dengan demikian, jumlah keseluruhan beda potensial antara ujung-ujung kapasitor adalah sama dengan sumber beda potensial. Sehingga dapat dituliskan:

$$\mathrm{V} = \mathrm{V}_1 + \mathrm{V}_2 + \mathrm{V}_3 = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{C}_1} + \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{C}_2} + \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{C}_3}$$

$$\frac{V}{Q} = \frac{1}{\mathrm{C}_1} + \frac{1}{\mathrm{C}_2} + \frac{1}{\mathrm{C}_3} = \frac{1}{C_s}$$

$$\frac{1}{\mathrm{C}_\mathrm{s}} = \frac{1}{\mathrm{C}_1} + \frac{1}{\mathrm{C}_2} + \frac{1}{\mathrm{C}_3} \qquad \ldots (4.6)$$

Dimana C_s adalah ekuvalen kapasitor rangkaian seri atau kapasitor pengganti dari susunan seri kapasitor.

Contoh Soal-4.2

Dalam suatu rangkaian elektronika terdapat tiga buah kapasitor yang dipasang secara seri yaitu masing-masing 4μF, 6μF dan 8μF. Ketiga kapasitor tersebut mengmbil tempat jika dirangkai. Untuk itu seorang teknisi akan menggantinya dengan sebuah kapasitor. Tentukan berapa nilai kapasitor pengganti tersebut.

Solusi Contoh Soal-4.2

Untuk menjawab contoh soal ini, maka cukup kita gunakan persamaan (4.6) di atas, yaitu:

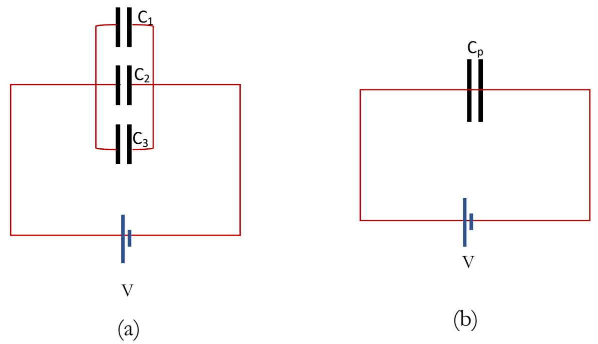
$$\frac{1}{\mathrm{C}_\mathrm{s}} = \frac{1}{\mathrm{C}_1} + \frac{1}{\mathrm{C}_2} + \frac{1}{\mathrm{C}_3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{13}{24}$$

atau

$$\mathrm{C}_\mathrm{s} = \frac{24}{13} = 1{,}85\mu\mathrm{F} \approx 2\mu\mathrm{F}$$

2. Kapasitor Paralel

Prinsip pengisian muatan kapasitor dan tegangan pada kapasitor yang dipasang paralel berkebalikan dengan kapasitor yang dipasang seri. Bagaimana hal ini bisa dijelaskan, maka berikut ini ditampilkan rangkaian paralel kapasitor seperti berikut ini.



Gambar-4.3 (a) Rangkaian paralel, (b) Rangkaian equivalen

Misalkan tegangan pada masing-masing ujung kapasitor adalah V_1, V_2 dan V_3 dan muatan yang tersisi untuk setiap kapasitor (gambar-4.3.a) adalah Q_1, Q_2, dan Q_3. Untuk rangkaian paralel, maka jumlah muatan total yang keluar dari sumber tegangan adalah Q sama dengan jumlah muatan pada masing-masing kapasitor. Sehingga pernyataan ini dapat kita rumuskan:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3$$

$$C_pV = C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3 \qquad \dots (4.7)$$

Karena untuk rangkaian paralel maka $V=V_1=V_2=V_3$, maka persamaan (4.7) dapat ditulis:

$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 \qquad \dots (4.8)$$

Contoh Soal-4.3

Tiga buah kapasitor dipasang paralel yaitu 4μF, 6μF dan 8μF. Seorang teknisi ingin mengganti ketiga susunan kapasitor paralel tersebut dengan sebuah kapsitor pengganti. Berapakah nilai kapasitor pengganti tersebut?

Solusi Contoh Soal-4.3

Untuk menyelesaikan soal ini sangatlah mudah, cukup kita menggunakan persamaan (4.8) di atas.

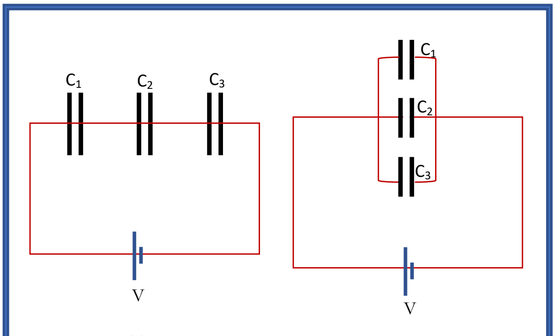
$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 = 4 + 6 + 8 = 18\ \mu F$$

Contoh Soal-4.4

Untuk contoh soal-3.2 dan 3.3, jika sumber tegangan yang terpasang adalah 12Volt, maka tentukan jumlah muatan maksimum yang dapat terisi pada kapasitor 4μF.

Solusi Contoh Soal-4.4

Untuk menjawab contoh soal ini, maka kita tinjau untuk setiap rangkaian seri dan paralel dari contoh soal-4.2 dan 4.3 dengan gambar rangkaian seperti terlihat pada gambar di samping. Katakanlah C_1=4μF, C_2=6 μF dan C_3= 8μF.



(a) (b)

Maka untuk rangkaian seri, muatan maksimum yang dapat tertampun pada kapasitor C_1 adalah

$$Q_1 = C_1 V_1 \quad \ldots (4.4.1)$$

Maka yang harus dicari adalah besarnya V_1. Caranya dengan menggunakan prinsip persamaan bahwa: $Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$, sehingga muatan total yang dapat termuat dalam C_1 adalah:

$$Q_1 = Q = C_s V = 2\mu F \times 12V = 2 \times 10^{-6} F \times 12V = 2{,}4 \times 10^{-5} C$$

Sedangkan untuk rangkaian paralel, maka persamaan yang kita gunakan adalah:

$$Q_1 = C_1 V_1 \quad \dots (4.4.2)$$

Untuk rangkaian paralel $V=V_1=V_2=V_3=12V$, maka persamaan (4.4.2) dapat langsung kita operasikan yaitu:

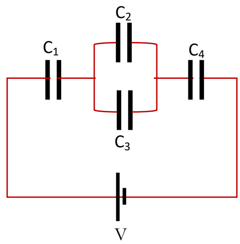
$$Q_1 = C_1 V_1 = 4\mu F \times 12V = 4 \times 10^{-6} F \times 12V = 4{,}8 \times 10^{-5} C$$

3. Kapasitor Seri-Paralel

Kapasitor seri-paralel merupakan susunan kapasitor gabungan seri dan peralel. Artinya, dalam rangkaian tersebut tidak hanya kapasitor tersusun seri tetapi juga tersusun secara paralel, sehingga dalam penentuan kapasitor pengganti atau kapasitor equivalen kita menggunaka rumus rangkaian seri dan paralel. Untuk lebih jelasnya berikut ini diberikan contoh soal tentang kapasitor yang tersusun secara ser-paralel seperti berikut ini.

Contoh Soal-4.5

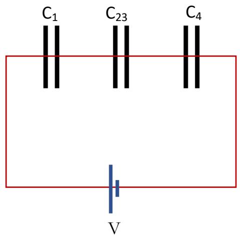
Ada empat buah kapasitor disusun seperti gambar di samping. Besarnya masing-masing kapasitor adalah $C_1=1$ µF, $C_2=2$ µF, $C_3=1$ µF, dan $C_4=3$ µF. Sumber tegangan yang terpasang adalah 10V. Tentukan: (1) Kapasitor pengganti, (2) Tentukan beda potensiak pada ujung-ujung kapasitor C_1.



Solusi Contoh Soal-4.5

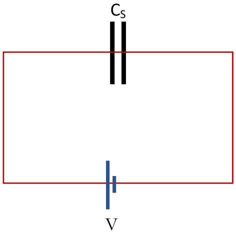
Cara menyelesaikan contoh soal ini adalah mula-mula kita mencari kapasitor pengganti antara C_2 dan C_3 (paralel), dengan persamaan:

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 1 + 2 = 3\ \mu F$$



Sehingga rangkaian kapasitor seperti pada gambar di samping. Setelah itu, kita mencari kapasitor pengganti untuk rangkaian seri C_1, C_{23} dan C_4, dengan menggunakan persamaan:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$



$$C_s = \frac{3}{5} = 0{,}6\mu F$$

Jadi kapasitor pengganti dari rangkaian seri paralel kapasitor adalah 0,6μF

Kemudian untuk menentukan berapa tegangan di antara ujung-ujung kapasitor C_1, maka terlebih dahulu kita tentukan berapa jumlah maksimum muatan yang mengalir pada rangkaian. Rumus yang digunkan adalah:

$$Q = C_s V = 0{,}6\mu F \times 10V = 6 \times 10^{-5} F \times 10V = 6 \times 10^{-6} C$$

Setelah kita ketahui bahwa muatan yang mengalir pada rangkaian, maka selanjutnya kita gunakan rumus:

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1}$$

Di atas telah dijelaskan bahwa untuk rangkaia seri, maka jumlah muatan yang tersimpang sama untuk semua kapasitor (lihat gambar susunan seri antara C_1, C_{23}

dan C_4), sehingga Q_1=Q, maka dengan demikian beda potensial antara ujung-ujung kapasitor C_1 adalah:

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{6 \times 10^6}{1 \times 10^6} = 6V$$

D. ENERGI KAPASITOR

Di atas telah dijelaskan bahwa kapasitor adalah komponen yang dapat menampung muatan listrik, karena kapsitor mampu menyimpan muatan maka kapasitor juga dapat menyimpan energi. Besarnya energi yang tersimpan (karena ada muatan yang tersimpan dalam kapasitor) pada kapasitor dirumuskan:

$$dE = Vdq \qquad \text{... (4.9)}$$

Jumlah total energi yang terkandung (dE) dari keadaan 0 muatan yang terkandung hingga mencapai muatan maksimum Q, adalah:

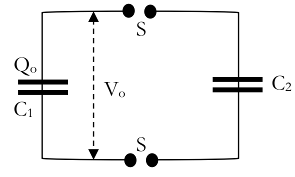
$$E = \int_0^Q V\,dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad \text{... (4.10)}$$

Persamaan (4.10) dapat pula dalam bentuk lain dengan memasukkan Q=CV, maka diperoleh:

$$E = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV \qquad \text{... (4.11)}$$

Contoh Soal-4.6

Gambar di samping memperlihatkan kapasitor C_1=8μF terisi muatan maksimum sehingga pada ujung-ujungnya timbul potensial sebesar 120V. Tentukan energi akhir sistim jika saklar S disambungkan pada rangkaian kapasitor C_2=4μF lainnya.



Solusi Contoh Soal-4.6
Untuk menyelesaikan soal ini, maka terlebih dahulu kita menentukan muatan maksimum yang tersimpan dalam C_1 dengan tegangan V_o=120V, yaitu:

$$Q_o = C_1 V_o = 8\mu F \times 120V = 960\mu C \quad ...(4.6.1)$$

Lalu kita tentukan energi awal sebelum saklar S dihubungkan pada kapasitot kedua.

$$E = \frac{1}{2} Q_o V_o = \frac{1}{2} \times 9{,}6 \times 10^{-4} \times 120 = 5{,}76 \times 10^{-2} J \quad ...(4.6.2)$$

Sesudah saklar S ditutup, muatan Q_o terdistribusi ke kedua kapasitor (C_1 dan C_2). Misalkan pada C_1 adalah Q_1 dan C_2 pada Q_2, maka:

$$Q_o = Q_1 + Q_2 \quad ...(4.6.3)$$

dan

$$Q_1 = C_1 V \text{ dan } Q_2 = C_2 V \quad ...(4.6.4)$$

Jika kita subsitusi persamaan (4.6.4) ke persamaan (4.6.3) maka kita peroleh persamaan:

$$Q_o = C_1 V + C_2 V$$

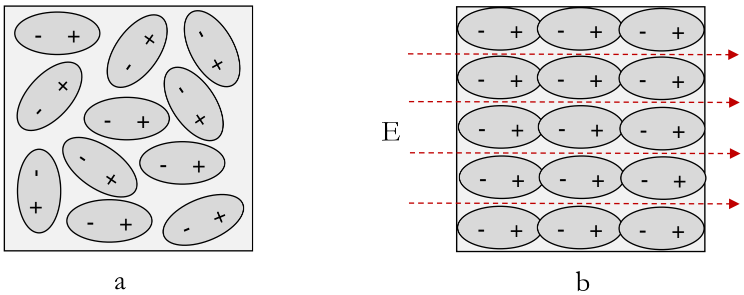
$$V = \frac{Q_o}{C_1 + C_2} = \frac{960\mu C}{8\mu F + 4\mu F} = \frac{960\mu C}{12\mu F} = 80V$$

Jadi energi akhir sistim rangkaian adalah:

$$E_a = \frac{1}{2} Q_o V = \frac{1}{2} \times 960\mu C \times 80V = 3{,}84 \times 10^{-2} J$$

E. POLARISASI DIELEKTRIK

Sampai sejauh mana molekul dielektrik dipolarisasi oleh medan listrik atau terorientasi dalam arah medan, diperinci berdasarkan sebuah besaran vektor yang disebut polarisasi (P). Bagaimana gembaran tentang polarisasi dielektrik, berikut ini akan diberikan ilustrasi.



Gambar-4.4 (a) Molekul Dielektri sebelum diberi medan listrik, (b) Molekul dielektrik terpolarisasi setelah diberi medan listrik (E)

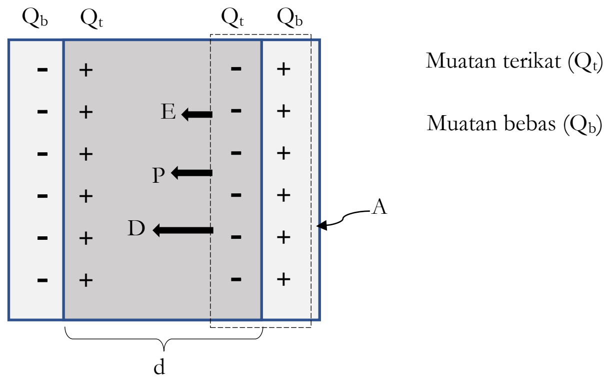
Terlihat pada gambar-4.4.a dipole-dipole molekul dielektrik berada dalam posisi yang acak, tetapi setelah diberi medan listrik E maka kutub-kutub tersebut terpolarisasi sesuai dengan arah medan listrik E. Jika **p** adalah komponen vektor momen dipol tiap molekul dan n adalah jumlah molekul persatuan volume, maka polarisasinya adalah:

$$\mathbf{P} = \mathrm{n}\mathbf{p} \qquad \dots (4.12)$$

Dimana **P** adalah polarisasi yang tak lain adalah momen dipole persatuan volume dan vektor polarisasinya sama arahnya momen dipole molekul. **P** memiliki satuan colomb meter per meter kubik atau C/m^2. Momen dipole sebuah dipole didefenisikan sebagai perkalian salah satu muatan yang membentuk dipole dengan jarak pemisah muatan (penjelasan secara matematis tentang hal ini, telah dibahas pada bab 1) yang dirumuskan:

$$\mathbf{p} = \mathrm{qa} \qquad \text{... (4.13)}$$

Karena q adalah muatan untuk satu dipole. Jika kita pilih bahwa muatan total dipole dalam dielektrik adalah Q, maka dipole totalnya adalah Qd (lihat keterangan pada gambar-4.5) dan n pada persamaan (4.12) adalah jumlah molekul/dipole persatuan volume (atau dapat pula dikatakan muatan total), maka dengan mensubsitusi persamaan (4.13) ke persamaan (4.12) akan kita dapatkan persamaan polarisasi yaitu:



Gambar-4.5 Deskripsi dielektri yang terpolarisasi

$$\mathbf{P} = \frac{\mathrm{Qd}}{\mathrm{Ad}}\mathrm{a} = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{A}} = \sigma \qquad \text{... (4.15)}$$

Gambar-3.5 melukiskan molekul dielektrik terpolarisasi dengan adanya medan listrik (E) di antara pelat-pelat konduktor. Garis putus-putus adalah garis batas permukaan Gauss berbentuk dengan luas penampang A. Polarisasi merata diseluruh dielektrik dan digambarkan dengan vektor P. Selain E dan P, pada dielektrik juga terdapat vektor perpindahan D. Selanjutnya, dengan menggunakan hukum Gauss yaitu untuk persamaan integral tertutup maka kita peroleh:

$$\oint \mathrm{E.\,dA} = \frac{1}{\varepsilon_o}(Q_b + Q_t) \qquad \text{... (4.16)}$$

Sedangkan untuk polarisasi dengan merujuk pada persamaan (3.15) dapat dinyatakan dengan persamaan integral luasan yaitu:

$$\oint \mathrm{P.\,dA} = -Q_t \qquad \text{... (4.17)}$$

Dimana Q_t adalah muatan terikat yaitu muatan muatan negatif. Dengan mensubsitusi persamaan (4.17) ke persamaan (4.16), maka kita akan peroleh:

$$\oint \mathrm{E.\,dA} = \frac{1}{\varepsilon_o}\left(\mathrm{Q_b} - \oint \mathrm{P.\,dA}\right)$$

$$\oint (\varepsilon_o \mathrm{E} + \mathrm{P})\mathrm{dA} = \mathrm{Q_b} \qquad \text{... (4.18)}$$

Dari persamaan (4.18), maka ada sebuah besaran D yang dinamakan vektor perpindahan yaitu:

$$D = (\varepsilon_o \mathrm{E} + \mathrm{P}) \qquad \text{... (4.19)}$$

Sehingga:

$$\oint \mathrm{D.\,dA} = \mathrm{Q_b} \qquad \text{... (4.20)}$$

Dimana persamaan (4.20) tak lain adalah hukum Gauss untuk vektor perpindahan. Integral permukaan D atau seluruh sembarang permukaan tertutup (fluks D) hanya sama dengan muatan bebas didalam permukaan itu.

F. SUSEPTIBILITAS DAN PERMITIVITAS

Suseptibilitas bahan dielektrik adalah indikasi dari sifat bahan dielektrik merupakan perbandingan antara P dengan ε_oE. Dimana E adalah pemberian

Solusi Contoh Soal-5.1

Jadi yang pertama kita tentukan adalah besarnya arus yang mengalir pada kawat konduktor tersebut. Arus yang mengalir adalah:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{t}} = \frac{90}{4500} = 0{,}02\mathrm{A}$$

Selanjutnya jika tentukan kecepatan hanyut dari partikel konduktor dimana dalam soal telah ditentukan kerapatan pertikel bermuatan. Perlu diingat, bahwa q menyatakan banyak partikel bebas dalam konduktor. Sehingga kecepatan hanyut dari partikel bebas konduktor adalah:

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{neA}} = \frac{0{,}02}{(5{,}8 \times 10^{28})(1{,}6 \times 10^{-19})(3{,}14)(5 \times 10^{-4})^2)}$$
$$= 2{,}74 \times 10^{-6} m/s$$

C. DAYA HAMBAT JENIS (RESISTIVITAS)

Rapat arus J pada persamaan (5.7) memperlihatkan ketergantungan terhadap I dan A, akan tetapi rapat arus sesungguhnya bergantung pada intensitas medan listrik (E), yang dirumuskan oleh:

$$\mathrm{E} = \rho \mathrm{J} \qquad \text{... (5.8)}$$

dimana ρ menyatakan daya hambat jenis (resistivitas) dengan satuan ohm-m. Beberapa nilai hambat jenis suatu bahan ditunjukkan pada tabel-4.1 disebelah. berikut ini. Khusus untuk konduktor, bahwa hambat jenisnya juga ditentukan oleh temperatur. Secara rumus hubunngan ρ dengan temperatur dirumuskan:

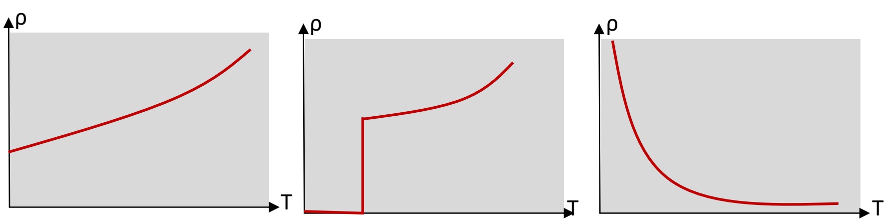
$$\rho_t = \rho_{20}[1 + \alpha(\mathrm{t} - 20^o\mathrm{C})] \qquad \text{... (5.9)}$$

Dimana ρ_{20} adalah hambat jenis konduktor pada temperatur 20^oC, sedangkan ρ_t adalah hambat jenis pada temperatur t^oC dan α adalah koefisien temperatur hambat jenis konduktor.

Tabel-5.1 Hambat jenis bahan pada temperatur kamar

Jenis Bahan	Bahan	ρ (ohm-m)
Konduktor	Perak	$1{,}47 \times 10^{-8}$
	Tembaga	$1{,}72 \times 10^{-8}$
	Aluminium	$2{,}63 \times 10^{-8}$
	Wolfram	$5{,}51 \times 10^{-8}$
	Mangan	$4{,}40 \times 10^{-7}$
	Konstanta	$4{,}90 \times 10^{-7}$
	Nikrom	$1{,}00 \times 10^{-6}$
Semikonduktor	Karbon	$3{,}50 \times 10^{-5}$
	Germanium	0,60
	Silikon	2300
Isolator	Batu Ambar	5×10^{14}
	Gelas	10^{10}-10^{14}
	Lucite	$>10^{13}$
	Mika	10^{11}-10^{15}
	Kwartsa	$7{,}5 \times 10^{16}$
	Belerang	10^{15}
	Teflon	$>10^{13}$
	Kayu	10^{8}-10^{11}

Persamaan (5.9) hanya berlaku untuk bahan konduktor, sementara untuk bahan superkonduktor dan semikonduktor tidak berlaku. Hal ini didasarkan pada hasil eksperimen terhadap konduktor, superkonduktor, dan semikonduktor memperlihatkan grafik hubungan antara ρ dengan T seperti gambar berikut ini.



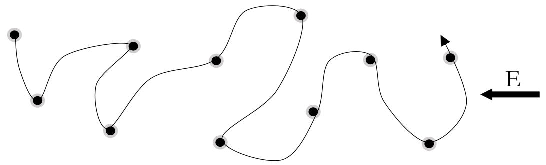
(a) Konduktor (b) Superkonduktor (c) Semikonduktor

Gambar-5.2 Grafik perubahan hambat jenis terhadap temperatur

Hal yang menarik dari gambar-5.2 di atas, adalah bahan superkonduktor yaitu pada temperatur yang sangat rendah, bahan superkondukro memiliki hambat jenis sama dengan nol. Artinya bahan tersebut tidak memiliki hambatan, sehingga arus yang mengalir tidak mengalami oleh hambatan, karena sesungguhnya hambatan merupakan faktor yang menyebabkan energi listrik banyak terbuang menjadi panas. Akan tetapi, jika temperaturnya naik, maka secara cepat hambatan jenisnya juga naik dan mengikuti pola grafik bahan konduktor. Sementara untuk bahan semikonduktor nilai hambat jenisnya berbanding terbalik dengan kenaikan temperatur. Itulah sebabnya, banyak bahan semikonduktor yang dijadikan sebagai termometer yang peka.

D. TEORI KONDUKSI LOGAM

Yang pertama kali mengembangkan teori konduksi logam adalah Paul Drude. Teori ini menyatakan bahwa setiap atom pada kisi-kisi kristal (logam) dianggap menyerahkan elektron terluarnya disekujur logam. Elektron-elektron ini dapat bergerak secara bebas menyerupai gerak molekul dan sering dinamakan "gas elektron". Jika tidak ada medan listrik, maka elektron-elektron tersebut bergerak lurus, tetapi jika ada medan listrik maka gerakannya agak melengkung seperti terlihat pada gambar berikut.



Gambar-5.3 Lintasan elektron dalam medan E

Karena adanya medan listrik pada elektron, maka elektron memperoleh gaya sebesar F=eE, sehingga menimbulkan percepatan:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} \qquad \dots (5.10)$$

Dimana m adalah massa elektron, dan e adalah muatan elektron. Misalkan u adalah kecepatan random rata-rata elektron (kecepatan hanyut elektron) dan S adalah lintasan rata-rata yang ditempuh elektron maka rata-rata t (waktu) antara tumbukan elektron dengan tumbukan berikutnya disebut waktu bebas rata-rata, yaitu:

$$t = \frac{S}{u} \qquad \text{... (5.11)}$$

Selama waktu t ini, kecepatan akhir elektron v_t dalam arah gaya F, ditentukan oleh persamaan:

$$v_t = at = \frac{eE}{m}\frac{S}{u} \qquad \text{... (5.12)}$$

Dengna demikian kecepatan rata-rata elektron adalah:

$$v = \frac{1}{2}v_t = \frac{eS}{2mu}E \qquad \text{... (5.13)}$$

Sedangkan kerapan muatan sebagaimana tertera pada persamaan (5.7), dapat dituliskan menjadi:

$$J = nev = \frac{ne^2S}{2mu}E \qquad \text{... (5.14)}$$

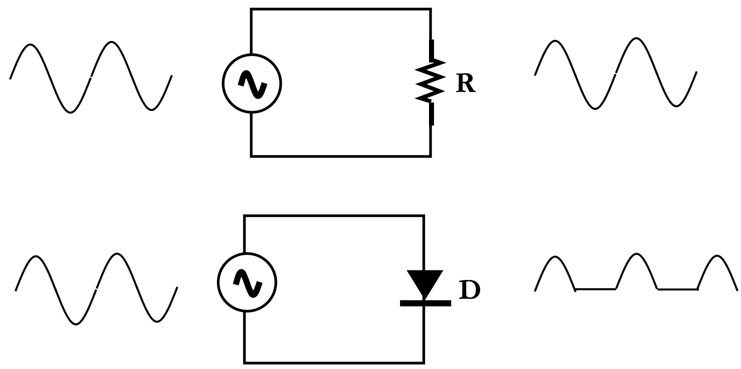
Dan hambatan jenisnya adalah

$$\rho = \frac{J}{E} = \frac{ne^2S}{2mu} \qquad \text{... (5.15)}$$

Persamaan (5.15) merupakan persamaan hambatan jenis yang sesuai dengan hasil eksperimen. Akan tetapi besar hambat jenis ditentukan oleh temperatur bahan. Hanya saja pada temperatur tertentu seperti (tidak tinggi), nilai m, u, n, e, dan S adalah konstan.

E. HAMBATAN (RESISTANCE)

Hambatan atau resistans adalah salah satu komponen elektronik yang bersifat pasif artinya jika hambatan tersebut dialiri arus maka nilainya tidak mengalami perubahan atau hambatan tersebut tidak membuat arus yang masuk berubah. Lain halnya dengan diode, jika dimasukkan arus bolak-balik sebagai fungsi gelombang, maka arus yang melewati diode akan mengalami perubahan yaitu keluaran dari diode menjadi arus setengah gelombang. Itulah sebabnya komponen diode disebut komponen aktif. Sebagai ilustrasi, berikut ini diberikan sketsa gambar arus (khususnya arus bolak-balik) yang melewati komponen hambatan dan komponen diode.



Gambar-5.4 Perbedaan fungsi R dan D terhadap arus bolak balik

Terlihat pada gambar-5.4 bahwa komponen diode dapat mengubah arus bolak balik menjadi arus setengah gelombang, sementara hambatan tidak menglami perubahan. Inilah salah satu alasan mengapa kompoen hambatan dikatakan sebagai komponen pasif sedangkan diode disebut komponen aktif.

Kembali ke persoalam hambatan, bahwa setiap konduktor (termasuk hambatan) yang dialiri arus listrik dan didalamnya ada medan E, maka hubungan antara kerapatan arus **J** dengan **E** dirumuskan sebagaimana terdapat pada persamaan (5.1.5). Karena tidak ada alat yang dapat mengukur J dan E secara langsung, maka untuk mudahknya persamaan (5.15) dapat dijabarkan lebih lanjut dengan persamaan:

$$\int_0^L \mathbf{E}.\,\mathrm{ds} = \mathbf{J}\int_0^L \rho.\,\mathrm{ds} = \mathrm{I}\int_0^L \frac{\rho}{\mathrm{A}}\mathrm{ds} \qquad \ldots(5.16)$$

Dimana ds merupakan elemen panjang konduktor. Integral bagian kanan pada persamaan (5.16) disebut hambatan (R) yaitu:

$$\mathrm{R} = \int_0^L \frac{\rho}{\mathrm{A}}\mathrm{ds} = \frac{\rho \mathrm{L}}{\mathrm{A}} \qquad \ldots(5.17)$$

Dengan demikian persamaan (5.16) dapat pula dituliskan:

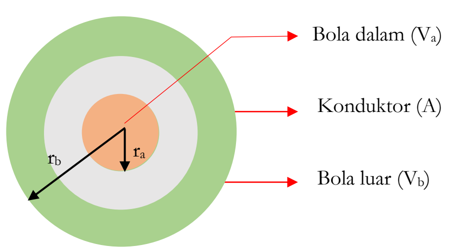
$$\int_0^L \mathbf{E}.\,\mathrm{ds} = \mathrm{IR} \qquad \ldots(5.18)$$

Contoh Soal-5.2

Daerah di antara dua bola sepusat yang radiusnya r_a dan r_b terdapat bahan konduksi. Potensial bola bagian dalam V_a dan yang diluar V_b, Karena $V_a > V_b$ maka akan ada arus yang mengarah ke luar melewati bahan konduksi tersebut. Luas penampang melintang konduktor tersebut adalah A. Tentukan medan listrik pada sembarang titik di konduktor tersebut.

Solusi Contoh Soal-5.2

Berdasarkan keterangan soal-5.2, maka bentuk penampang lintang dari bola tersebut dapat digambarkan seperti berikut ini.



Gambar-5.5 Penampang lintang bola konduktor

Langkah awal yang akan ditentukan adalah hambatan dari konduktor dengan menggunakan persamaan (5.17)

$$R = \int_{r_a}^{r_b} \frac{\rho}{A} dr = \frac{\rho}{4\pi} \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) \qquad \ldots (5.19)$$

Sementara arus yang mengalir dari bola A ke bola B melewati konduktor yang berada di antaranya adalah:

$$I = \frac{V_{ab}}{R} = \frac{4\pi V_{ab}}{\rho}\left(\frac{r_a - r_b}{r_a r_b}\right) \qquad \ldots (5.20)$$

Dan kerapatan arusnya adalah

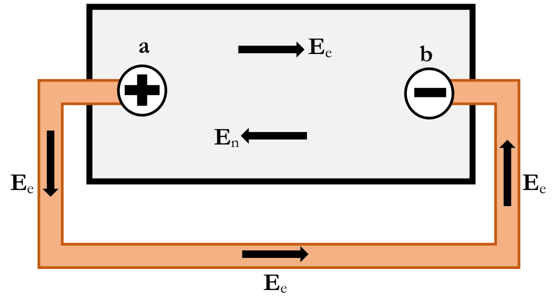
$$J = \frac{I}{A} = \frac{V_{ab}}{\rho r^2}\left(\frac{r_a - r_b}{r_a r_b}\right) \qquad \ldots (5.21)$$

Dimana r adalah jari-jari pada sembarang titik di konduktor. Dengan demikian intensitas medan listrik (E) adalah:

$$E = \rho J = \frac{V_{ab}}{r^2}\left(\frac{r_a - r_b}{r_a r_b}\right) \qquad \ldots (5.22)$$

F. GAYA GERAK LISTRIK

Gaya gerak listrik (ggl) adalah beda potensial antara kutub positip dan negatif sumber listrin yang belum terpasang rangkaian luar. Contoh ggl adalah batterei, aki, generator, dan lain sebagainya. GGL memiliki satuan yaitu volt. Biasanya tegangan atau potensial ggl sudah tertentu pada sumber ggl seperti batterey 1,5volt. Untuk memahami makna lebih jauh tentang ggl, maka berikut ini diilustrasikan sebuah aki yang memiliki kutub positip (a) dan kutub negatip (b) seperti gambar berikut ini.



Gambar-5.6 Diagram skematik sumber pada rangkaian tertutup. E_n adalah medan elektrostaik dan E_n adalah medan non elektrostatik.

Terlihat pada gambar-5.6 bahwa dalam kawat arah arus bergerak dari terminal kutub positip batterei menuju kutub negatip. Sementara dalam batterei arah arus bergerak dari kutub negatip ke kutub positip batterei. Anggap bahwa kawat penghubung kutub positip dan kutup negatif adalah bahan konduktor yang memiliki hambatan R, dan hambatan baterei adalah r maka hubungan beda potensial anatara a dan b dengan medan listrik E_e dan E_n, adalah dirumuskan sebagai berikut.

$$\int_a^b E.\,ds = \int_a^b E_n\,.\,ds + \int_a^b E_e\,.\,ds \qquad \ldots (5.23)$$

Integral pertama di ruas sebelah kanan adalah ggl ε dan integral kedua adalah -V_{ab}, sehingga persamaan (5.23) menjadi:

$$Ir = \varepsilon - V_{ab} \qquad \ldots (5.24)$$

Sedangkan V_{ab} adalah disebut tegangan jepit yang dirumuskan sebagai IR. Dengan demikian persamaan (5.24) dapat dirumuskan:

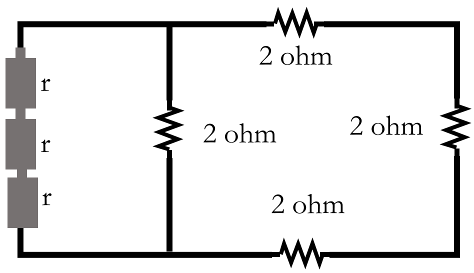
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \qquad \ldots (5.25)$$

Dimana r adalah hambatan dalam ggl (batterei). Jika sekiranya dalam suatu rangkaian tertutup terdapat banyaj sumber tegangan dan hambatan, maka secara umum persamaan (5,25) dapat ditulis ulang menjadi persamaan:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R + \sum r} \qquad \dots (5.26)$$

Contoh Soal-5.3

Tiga buah elemen (batterei), masing-masing elemen memiliki ggl yang sama yaitu 1,5V dengan hambatan dalam r=0,5 ohm. Ketiga elemen tersebut dipasang secara seri, lalu ujung-ujung kutub elemen dihubungkan dengan 4 buah hambatan seperti terlihat pada gambar berikut ini. Tentukan arus I yang keluar dari elemen tersebut.



Gambar-5.7
Rangkaian Tertutup

Soliusi Contoh Soal-5.3

Rangkaian pada gambar-5.7, memperlihatkan rangkaian seri-paralel, sehingga perlu disederhakan menjadi sebuah rangkaian pengganti. Terlihat bahwa ada tiga R pada bagian belakang merupakan rangkaian seri. Hasil seri ketiga R tersebut adalah 3R. Kemudian 3R paralel dengan R. Hasil paralel antara R dan 3R adalah (3/4)R. Sehingga untuk ΣR=1,5 ohm, sedangkan untuk Σr = 1,5 ohm. Dengan demikian arus yang keluar dari elemen adalah:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R + \sum r} = \frac{3(1,5)}{1,5 + 1,5} = 1,5A$$

G. SOAL PEMANTAPAN MATERI

Berikut ini disajikan soal-soal yang berkaitan dengan pembahasan di atas. Tujuannya adalah memantapkan pemahaman terhadap materi yang dipelajari.

Soal Pemantapan-5.1

Kawat perak berdiameter 1mm membawa muatan sebesar 90C dalam 1 jam 15 menit. Perak mengandung $5{,}8\times10^{28}$ elektron bebas per cm^3. Tentukan (1) berapa besar arus dalam kawat tersebut, (2) berapa besarnya kecepatan hanyut elektron dalam kawat.

Soal Pemantapan-5.2

Ketika suatu perbedaan potensial yang cukup tinggi diadakan antara dua elektroda dalam suatu gas, gas tersebut mengionisasi elektron sehingga bergerak ke arah elektroda positip dan ion positip bergerak ke elektroda negatip. Tentukan: (1) berapa besar arus didalam sebuah tabung "pengosongan" hidrogen jika setiap detik elektron sebanyak 4×10^{18} dan proton sebanyak $1{,}5\times10^{8}$ bergerak dalam arah yang berlawanan melewati sebuah penampang lintang tabung itu, (2) tentukan arah arus tersebut.

Soal Pemantapan-5.3

Dalam atom hidrogen Bohr, elektron mengelilingi inti dengan kecepatan 6×10^{15} putaran/detik. Berapa arus rata-rata pada titik dilintasan elektron tersebut.

Soal Pemantapan-5.4

Arus dalam sebuah kawat berubah dengan waktu menurut hubungan persamaan: $i=4+2t^2$. Disini i adalah arus dalam ampere dan t dalam detik. Tentukan: (1) berapa muatan (coulomb) melintasi sebuah penampang lintang kawat tersebut dalam selang waktu antara t=5 detik dan t=10 detik. (2) berapa arus konstan yang dapat mengangkut muatan yang sama dalam selang waktu tersebut.

Soal Pemantapan-5.5

Sebuah kawat yang panjangnya 100m dan diameternya 2mm mempunyai hambat jenis $4{,}8\times10^{-8}$ ohm-m. Temtukan besar hambatan kawat tersebut.

$$V_{ab} = I_m R_p \quad \dots (6.5.d)$$

Sedangkan I_m untuk rangkaian adalah seperti yang diperlihatkan pada persamaan (6.2), sehingga jika I_m tersebut disubsitusi ke persamaan (6.5d), maka diperoleh:

$$V_{ab} = (I_1 + I_2 + I_3)R_p \quad \dots (6.6)$$

Dan nilai I_1, I_2, dan I_3 pada persamaan (6.5a, 6.5b, dan 6.5c) disubsitusikan ke persamaan (6.6), maka diperoleh:

$$V_{ab} = \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}\right) R_p \quad \dots (6.7)$$

Jika kita perhatikan gambar-6.3a, terlihat bahwa ujung-ujung tegangan R_1, R_2, dan R_3 bermuara pada titik a dan b yang tak lain tegangan V_{ab}. Dengan demikian, tegangan $V_{ab}=V_1=V_2=V_3$, sehingga persamaan (6.7) dapat kita tuliskan seperti berikut ini.

$$1 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) R_p \quad \dots (6.8a)$$

atau

$$\frac{1}{R_p} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \quad \dots (6.8b)$$

Jadi persamaan (6.8b) disebut rangkaian paralel, artinya apabila ada hambatan R_1, R_2 dan R_3 dipasang secara paralel, maka rangkaian tersebut dapat digantikan dengan sebuah hambatan Rp yang nilainya sama dengan hambatan yang dipasang paralel tersebut. Jika ada hambatan R_1, R_2, R_3 … R_n yang dipasang paralel, maka hambatan penggantinya adalah,

$$\frac{1}{R_p} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}\right) \qquad \ldots\ (6.8c)$$

Selanjutnya, untuk gambar-6.3b, hambatan R_1, R_2 dan R_3 dipasang secara seri. Jika terminal a dan b dihubungkan tegangan, maka ada arus listrik yang mengalir pada rangkaian seri tersebut. Besarnya arus yang mengalir, baik di R_1, R_2 dan R_3 adalah sama. Artinya arus I_s yang ditarik dari sumber tegangan sama saja arus yang mengalir pada setiap hambatan yang terpasang seri atau $I_s=I_1=I_2=I_3$. Sebaliknya, tegangan antara ujung-ujung R_1, R_2, dan R_3 tidak sama. Besarnya sumber tegangan yang terpasang pada terminal a dan b adalah jumlah dari tegangan-tegangan pada R_1, R_2 dan R_3. Dengan demikian, kita dapat rumuskan seperti berikut ini.

$$V_{ab} = V_1 + V_2 + V_3 = (I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3) \qquad \ldots (6.9a)$$

Jika tegangan V_{ab} terpasang pada sebuah hambatan katakanlah R_s, maka diperoleh persamaan:

$$V_{ab} = I_sR_s \qquad \ldots (6.9b)$$

Dimana I_s adalah arus yang keluar dari sumber tegangan sedangkan R_s sebuah hambatan yang memiliki nilai jika R_1, R_2 dan R_3 dipasang seri atau disebut hambatan pengganti. Dengan memasukkan persamaan (6.9b) ke persamaan (6.9a) maka diperoleh persamaan:

$$I_SR_S = (I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3) \qquad \ldots (6.9c)$$

Dimana telah diketahui bahwa $I_s = I_1 = I_2 = I_3$, maka persamaan (6.9c) menjadi persamaan:

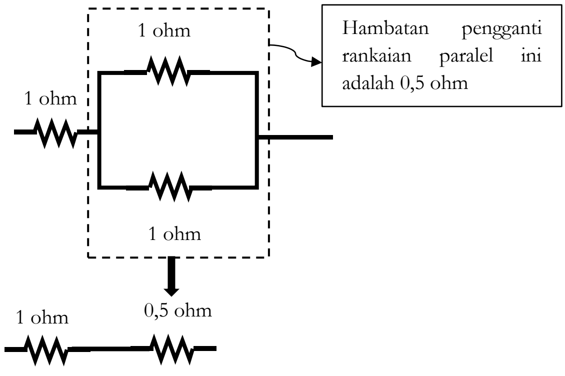
$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 \qquad \ldots (6.9d)$$

Persamaan (6.9d) inilah yang dinamakan hambatan pengganti untuk rangkaian seri. Andaikan, ada sejumlah hambatan yang dipasang seri sampai hambatan ke-n, maka secara matematis persamaan umum hambatan pengganti seri adalah:

$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n \qquad \ldots (6.9e)$$

C. RANGKAIAN SERI DAN PARALEL

Dalam teknologi rangkaian, hambatan seringkali dipasang secara seri dan paralel. Ini digunakan apabila ada hambata tertentu yang diperlukan, misalnya hambatan dengan nilai 1,5 ohm, ini sangat sulit diperoleh sebuah hambatan yang bernilai 1,5 ohm. Itu hanya dapat diperoleh dengan menserikan antara hambatan 1 ohm dengan 0,5 ohm. Hanya saja, sayangnya hambatan 0,5 ohm sulit diperoleh. Oleh karena itu kita memerlukan tiga buah hambatan 1 ohm, dimana ketiga hambatan tersebut dipasang secara seri dan paralel seperti terlihat pada gambar berikut ini.

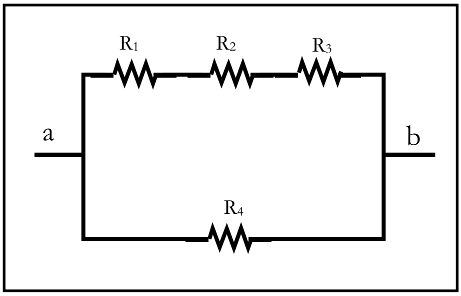


Gambar-6.7 Rangkaian seri-paralel

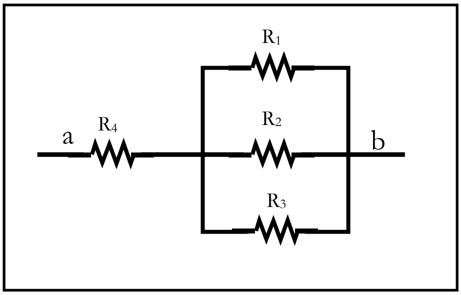
Rangkaian seri-paralel tak lain adalah penggabungan antara rangkaian seri dan rangkaian paralel. Oleh karena itu, untuk menyelesaikan soal-soal yang berkaitan rangkaian seri-paralel dibutuhkan tahapan-tahapan tertentu. Adakalanya yang diselesaikan terlebih dahulu adalah komponen rangkaian paralel. Hasil rangkaian paralel lalu diserikan dengan rangkaian lainnya seperti diperlihatkan pada gambar-6.7 di atas. Untuk memahami bagaimana menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan rangkaian seri-paralel, maka berikut ini disajikan contoh soal.

Soal-6.1

Ada empat buah hambatan yaitu R1, R2, R3, dan R4 yang nilainya sama yaitu R. Keempat hambatan tersebut dipsang seperti diperlihatkan pada gambar di bawah ini.



Gambar-6.8a



Gambar-6.8b

Tentukan hambatan pengganti (R_{ab}) untuk masing-masing gambar rangkaian di atas!

Solusi Soal-6.1

a. Solusi untuk rangkaian gambar-6.8a

Jika kita perhatikan rangkaian pada gambar-6.8a maka yang harus diselesaikan terlebih dahulu adalah rangkaian seri R1,R2, dan R3. Hasil penggabungan ketiga rangkaian seri ini adalah:

mengalir pada rangkaian. Untuk menentukan kuat arus I_1, I_2, dan I_3, maka kita kumpulkan persamaan-persamaan (a),(b) dan (c) seperti berikut ini.

$4\mathrm{I}_1 - 2\mathrm{I}_2 + 2I_3 = 1$ ... (d)

$-2\mathrm{I}_1 - 5\mathrm{I}_2 + \mathrm{I}_3 = 3$ ... (e)

$2\mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2 + 3\mathrm{I}_3 = 4$ ... (f)

Selanjutnya, persamaan (d), (e), dan (f) disusun dalam bentuk matriks seperti berikut ini.

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -5 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya matriks tersebut direduksi secara baris, hasil terakhirnya adalah seperti berikut.

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & -12 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & -8 & -14 \end{bmatrix}$$

Dari matriks yang terakhir ini diperoleh persamaan:

$4\mathrm{I}_1 - 2\mathrm{I}_2 + 2I_3 = 1$ ... (g)

$-12\mathrm{I}_2 + 4I_3 = 7$ ... (h)

$-8I_3 = -14$ ... (i)

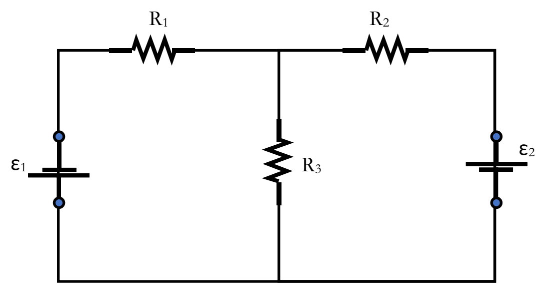
Terlihat nilai I_3 = 1,75A, I_2= 0 A, dan I_1 = -0,625A. Jadi yang sesuai dengan arah loop pada gambar rangkaian di atas adalah I_3 dan I_2, sedangkan I_1 tidak sesuai, sehingga arah arus (loop) pada loop-1 harus beubah arah, karena nilai I_1 adalah negatip.

E. SOAL PEMANTAPAN MATERI

Berikut ini disajikan soal-soal yang berkaitan dengan pembahasan di atas. Tujuannya adalah memantapkan pemahaman terhadap materi yang dipelajari.

Soal Pemantapan-6.1

Gambar berikut ini menampilkan rangkaian dengan dua loop, dimana ada dua sumber tegangan yaitu ε_1=4 V dan ε_2 = 6 V. Sedangkan besar hambatan R_1=1ohm , R_2=2 ohm dan R_3=3ohm.



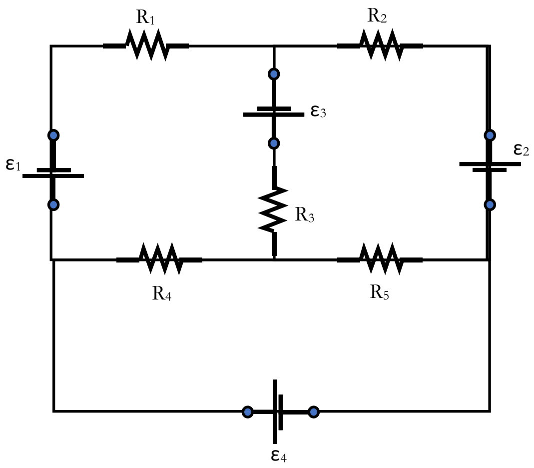
Tentukan besar dan arah arus yang mengalir pada hambatan R_3.

Soal Pemantapan-6.2

Untuk soal pemantapan 6.2, bentuk rangkaiannya serupa dengan soal pemantapan-6.1. Hanya saja yang diketahui adalah ε_1=4 V dan besar hambatan R_1=1ohm , R_2=2 ohm dan R_3=3ohm. Jika arus yang mengalir pada hambatan R_3 adalah 2 A mengarah ke atas, maka tentukan berapa besar tegangan ε_2.

Soal Pemantapan-6.3

Gambar berikut ini menampilkan rangkaian dengan tiga loop, dimana ada empat sumber tegangan yaitu ε_1=4 V, ε_2 = 6 V, ε_3 =2V, dan ε_4 =3V. Sedangkan besar hambatan R_1=1ohm, R_2=2 ohm, R_3=3ohm, R_4=2ohm dan R_5=1ohm. Tentukan besarnya arus yang mengalir pada R_3.



R1
R2
ε3
ε2
ε1
R3
R4
R5
ε4

DAFTAR PUSTAKA

Griffiths, D.J 1984. Instroduction To Electrodynamics, Prentice-Hall Of India, Private Limited-New Delhi.

Halliday, D & Resnick, R. 1995. Fisika Jilid 2, Penerbit Erlangga Jakarta.

Sears, F.W & Zemansky, M.W. 1962. Fisika Untuk Universitas 2 (Listrik Magnet), Yayasan Dana Buku Indonesia, Jakarta-New York.

Wasito, S, 1985. Teknik Ukur dan Piranti-Ukur Elektronik, PT. Multi Media, Gramedia Group, Jakarta.

Wazed Miah, M.A, 1982. Fundamental of Electromagnetics, Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, New Delhi.

Helmi Abdullah, Lahir di Makassar 2 September 1966. Pendidikan SD, SMP, dan SMA ditempuhnya di kota Makassar. Tahun 1985-1990 kuliah sarjana di Institut Keguruan Ilmu Pendidikan Ujungpandang Jurusan Pendidikan Fisika. Tahun 1992-1995 kuliah Magister Sains di Institut Teknologi Bandung, dan Tahun 2010-2014 mengambil program Doktor Ilmu Pendidikan dengan spesifikasi pendidikanfisika di Universitas Negeri Makassar. Saat ini, bertugas sebagai pengajar program S1 dan S2 Pendidikan Fisika di Universitas Negeri Makassar. Ada sejumlah karya buku yang telah dihasilkan seperti: (1) Prosedur Penyusunan Bahan Ajar Fisika Berbasis Pengetahuan Metakognitif, (2) Disain Tes Hasil Belajar Fisika, (3) Pengembangan Kinematikan Berbasis Metakognisi, (4) Strategi Sketsa Pengetahuan, (5) Gelombang, dan (6) Arus Bolak-Balik.

Pariabti Palloan, Lahir di Buakayu, Sulawesi Selatan 12 Oktober 1968. Pendidikan S1 Jurusan Fisika UNHAS, S2 Geofisika Terapan Institut Teknologi Bandung, dan S3 Ilmu Pendidikan Universitas Negeri Makassar. Saat ini fokus kajian penelitian adalah pembelajaran fisika terintegrasi dengan simulasi komputer, khususnya pada materi listrik dan magnet.

Arie Arma Arsyad, lahir di Ujung Pandang 20 Maret 1989. Sarjana Pendidikan Fisika Universitas Negeri Makassar dan S2 di Universitas Negeri Surabaya Program Studi Pendidikan Sains (IPA). Tahun 2019-sekarang bertugas di S1 Pendidikan IPA Universitas Negeri Makassar. Saat ini aktif mempublikasikan artikel di skala nasional dengan fokus penelitian di (1) keterampilan Proses Sains, (2) Literasi Sains, dan (3) Metakognitif

IKAPI
IKATAN PENERBIT INDONESIA

Yayasan Ahmar Cendekia Indonesia
Jalan Karaeng Bontomarannu No. 57
Bura'ne Desa Boddia Kecamatan Galesong
Kabupaten Takalar, Sulawesi Selatan, 92254
http://www.ahmarcendekia.or.id
penerbit@ahmarcendekia.or.id
WhatsApp: +628212412123012

ISBN 978-623-6809-29-7