BILANGAN DAN PEMBELAJARANNYA

Pegangan Bagi Guru dan Calon Guru SD

Latri Aras

UNDANG-UNDANG REPUBLIK INDONESIA
NOMOR 28 TAHUN 2014
TENTANG HAK CIPTA

PASAL 113
KETENTUAN PIDANA

(1) Setiap orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp. 100.000.000,00 (seratus juta rupiah).

(2) Setiap orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf g untuk Penggunaan Secara Komerial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp. 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

(3) Setiap orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf a, huruf b, huruf e, dan/atau huruf g untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 4 (empat) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 1.000.000.000,00 (satu miliar rupiah).

(4) Setiap orang yang memenuhi unsur sebagaimana dimaksud pada ayat (3) yang dilakukan dalam bentuk pembajakan, dipidana dengan pidana penjara paling lama 10 (sepuluh) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp. 4.000.000.000,00 (empat miliar rupiah)

Bilangan dan Pembelajarannya

Pegangan Bagi Guru dan Calon Guru SD

Oleh:

Latri Aras

2020

Judul	**:**	**Bilangan dan Pembelajarannnya: Pegangan Bagi Guru dan Calon Guru SD**
Penulis	**:**	**Drs. Latri Aras, S.Pd., M.Pd.**
Mitra	**:**	**Global Research and Consulting Institute (Global-RCI)** Kompleks Alauddin Business Center (ABC) Jalan Sultan Alauddin No. 78 P, Makassar, Indonesia, 90222. Telepon: 08114100046 , Homepage: http://www.global-rci.com.

Penyunting	:	Agusalim Juhari, S.Pd., M.Pd.
Perancang Sampul	:	Muhammad Iswan Achlan, S.Pd.
Penata Letak	:	Riswan Arizona Budhi
Isi	:	Sepenuhnya tanggung jawab penulis

Diterbitkan Oleh:
PUSTAKA RAMADHAN
Anggota IKAPI Jabar No. 065/JBA
Jl. Purwakarta No. 204 Bandung 40291, Indonesia
Telp/Fax: 022-7270186

ISBN 979.604.206.1

Cetakan Pertama, Agustus 2016
Cetakan Kedua, Juli 2020

Perpustakan Nasional: Katalog dalam Terbitan (KDT)

Aras, Latri
Bilangan dan Pembelajarannnya: Pegangan Bagi Guru dan Calon Guru SD /Latri Aras: -- cetakan II
-- Bandung: Pustaka Ramadhan, 2020
xii + 143 hal.; 14,8 x 21 cm

Motto

“People who never make mistakes
are those who never try new things”

(Albert Einstein)

Persembahan

"Buku ini kupersembahkan untuk Istriku tercinta Muhafida dan Anak-anakku tersayang Nur Fitri Paraswati, Nurul Hidayah, Nur Ismi, Nur Azizah, dan Nur Rochmah"

Kata Pengantar

Segala puji bagi Allah Subhanahu Wata'ala, atas berkat rahmat dan karuniaNya sehingga Buku Bilangan dan Pembelajarannya, sebagai pegangan bagi Guru dan Calon Guru SD dapat hadir di hadapan Anda.

Setiap usaha yang dilakukan oleh Prodi PGSD FIP UNM dalam meningkatkan kualitas dan mutu, harus mendapat apresiasi dan dukungan dari semua kalangan masyarakat PGSD. Buku Bilangan dan Pembelajarannya merupakan salah satu penunjang dalam perkuliahan mahasiswa PGSD untuk mata kuliah Pendidikan Matematika I. Kehadirannya diharapkan mampu menjadi pegangan bagi Calon Guru SD untuk bisa memperkenalkan konsep dan menghadirkan pemahaman dan kreativitas yang tinggi.

Matematika adalah salah satu disiplin ilmu yang sering dianggap sulit untuk peserta didik. Akan tetapi, kondisi tersebut tidak selayaknya terjadi jika pendidik mampu memahamkan konsep yang benar dan baik. Panduan Penggunaan: Buku Bilangan dan Pembelajarannya memaparkan materi dan alat peraga untuk memahami konsep-konsep Matematika, khususnya dalam Aritmatika.

Harapan dari penyusun tidak lain hanya agar Buku Bilangan dan Pembelajarannya ini dapat bermanfaat untuk Guru dan Calon Guru Sekolah Dasar.

Wassalam.

Makassar, Juli 2020

Penulis

Daftar Isi

BAB I

Bilangan dan Sistem Angka

A. Pengertian Bilangan

Kata angka dan bilangan merupakan dua hal yang tidak sama. Akan tetapi, sering ada orang yang menukarkan penggunaan kedua kata tersebut. Tiro, dkk (2008) membedakan bilangan dan angka dengan cara mencontohkan sebagai berikut. Bilangan tigabelas ditulis dengan dua buah angka, yaitu angka 1 dan angka 3, yaitu 13.

Konsep atau ide "satuan", "tigaan", atau "limabelasan" disebut dengan bilangan. Sedangkan lambang yang menyatakan bilangan disebut dengan angka. Seperti halnya dengan seseorang dengan namanya.

Selanjutnya, dalam buku ini akan dibahas dua dari sekian sistem angka yang ada, yaitu sistem angka Romawi dan sistem angka Hindu-Arab. Alasannya, karena kedua sistem angka tersebut merupakan sistem angka yang sering ditemui dalam kehidupan sehari-hari dan yang tidak kalah pentingnya karena merupakan salah satu materi ajar di SD.

B. Sistem Angka

1. Sistem Angka Hindu-Arab

Sistem angka Hindu-Arab ini mempunyai sifat:

a. Menggunakan sepuluh lambang dasar yang disebut angka, yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 dan 9.
b. Bilangan yang lebih dari 10 dinyatakan dalam perpangkatan 10.
c. Mempunyai nilai tempat.
d. Bersifat aditif

Contohnya: $4543 = 4x10^3 + 5x10^2 + 4x10^1 + 3x10^0$

2. Sistem Angka Romawi

Lambang Hindu-Arab	Lambang Romawi
1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

Sistem angka Romawi tidak mempunyai nilai tempat. Aturan dalam penulisan huruf dalam sistem angka Romawi sebagai berikut:

a. Huruf pengurangan hanyalah pangkat sepuluh, seperti I, X, dan C. Jadi, 45 tidak dapat ditulis dengan VL (50-5), tetapi ditulis dengan XLV, yaitu XL (40) + V (5).
b. Kurangkan hanya satu huruf dari sebuah angka tunggal. Tulislah VIII untuk 8 dan bukan IIX, demikian pula 19 ditulis dengan XIX dan bukan IXX.

c. Jangan mengurangkan huruf dari huruf yang besarnya lebih dari sepuluh kali. Ini berarti kita hanya bias mengurangkan I dari V atau X, dan X dari L atau C. jadi MIM adalah cara penulisan yang salah untuk 1999. Untuk menuliskan 1999 dalam angka Romawi, dikonversikan angka demi angka.

d. Aturan yang berlaku di Mesir, empat ditulis IV dan bukan IIII.

e. Menggunakan garis atas untuk perkalian seribu. VI ditulis untuk menyatakan 6000.

f. Selama tahun pertengahan, angka Romawi N digunakan sebagai lambang “nullae”yaitu menyatakan nol.

C. Himpunan Bilangan

1. Bilangan asli

Bilangan asli adalah himpunan bilangan bulat positif yang bukan nol. Nama lain dari bilangan ini adalah bilangan hitung atau bilangan yang bernilai positif (integer positif).

Contoh :

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...}

2. Bilangan cacah

Bilangan cacah adalah himpunan bilangan asli ditambah dengan nol.

Contoh :

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...}

3. Bilangan bulat

Pengertian bilangan bulat adalah bilangan yang utuh dalam arti bukan berupa pecahan dengan demikian bilangan bulat dapat berupa bilngan positif, nol, maupun bilangan negatif. Bilangan negative dipandang sebagai lawan dari bilangan positif demikian pula sebaliknya, sebagai contoh misalnya lawan dari 5 adalah -5 (baca "negatif lima") sedangkan lawan dari -12 adalah 12, demikian pula untuk yang lainnya.

4. Bilangan prima

Bilangan prima adalah bilangan asli lebih besar dari 1 yang faktor pembaginya adalah 1 dan bilangan itu sendiri.

Contoh :

$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...\}$

5. Bilangan rasional

Bilangan rasional adalah bilangan-bilangan yang merupakan rasio (pembagian) dari dua angka (integer) atau dapat dinyatakan dengan *a/b*, dimana *a* merupakan himpunan bilangan bulat dan *b* merupakan himpunan bilangan bulat tetapi tidak sama dengan nol.

Contoh :

$\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, ...\}$

6. Bilangan Irasional

Bilangan irrasional merupakan bilangan real yang tidak bisa dibagi atau lebih tepatnya hasil baginya tidak pernah berhenti. Sehingga tidak bisa dinyatakan *a/b*.

Contoh :

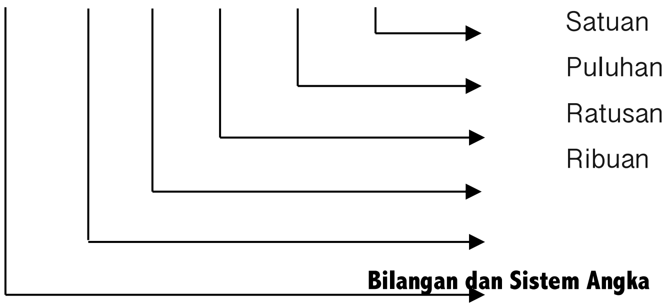
π = 3,141592653358........

$\sqrt{2}$ = 1,4142135623........

e = 2,71828281284590.......

D. Nilai satuan

... a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0



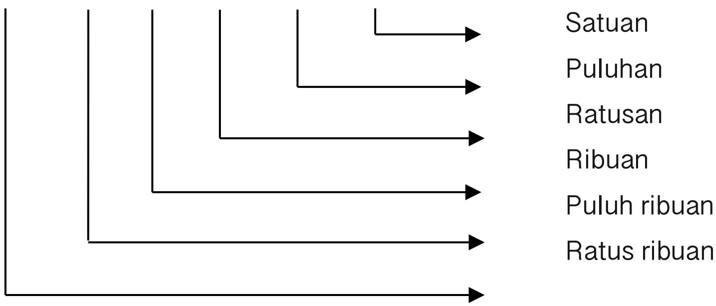
Puluh ribuan

Ratus ribuan

Contoh:

235148 (Dua Ratus Tiga Puluh Lima Ribu Seratus Empat Puluh Delapan)

2 3 5 1 4 8



BAB II

Bilangan Cacah

A. Pengertian Bilangan Cacah

Bilangan cacah dapat didefinisikan sebagai bilangan yang digunakan untuk menyatakan cacah anggota atau kardinalitas suatu himpunan. Jika suatu himpunan yang karena alasan tertentu tidak mempunyai anggota sama sekali, maka cacah anggota himpunan itu dinyatakan dengan "nol" dan dinyatakan dengan lambang "0". Jika anggota suatu himpunan hanya terdiri atas suatu angota saja, maka cacah anggota himpunan tersebut adalah "satu" dan dinyatakan dengan lambang "1". Demikian seterusnya sehingga kita mengenal barisan bilangan hasil pencacahan himpunan yang dikatakan dengan lambang sebagai berikut:

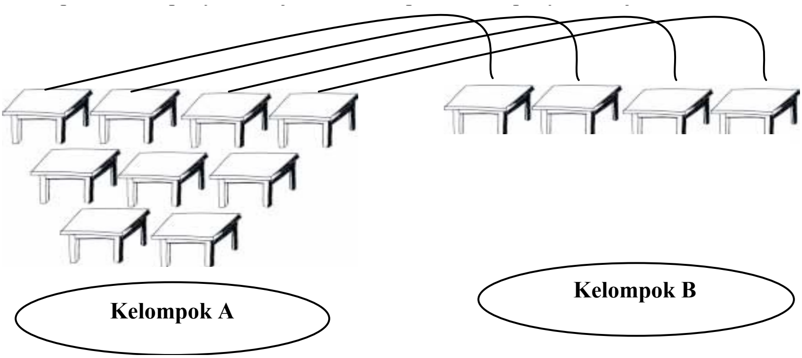
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ...

Tanda "..." hendaknya diartikan sebagai "dan seterusnya". Bilangan-bilangan inilah yang disebut bilangan cacah.

B. Urutan Bilangan Cacah

Urutan bilangan cacah meliputi lebih besar (>), lebih kecil (<) dan sama dengan (=). Pengenalan urutan dapat diberikan melalui himpunan yaitu dengan memasangkan setiap anggota suatu himpunan dengan masing-masing satu anggota dari himpunan yang lain. Himpunan yang ada anggotanya yang tidak mempunyai pasangan artinya banyaknya anggota tersebut lebih besar dari banyaknya anggota yang setiap anggotanya berpasangan. Contohnya:

Kelompok A mempunyai 9 meja dan Kelompok B mempunyai 4 meja.



Ternyata ada 5 meja pada kelompok A yang tidak memiliki pasangan. Hal ini menunujukkan 9 > 4 atau dengan kata lain 4 < 9.

Jika setiap anggota pada kedua kelompok mempunyai pasangan maka dikatakan bahwa banyaknya anggota kelompok yang satu sama dengan banyaknya anggota kelompok yang lain.

Pembelajaran tentang urutan juga dapat menggunakan garis bilangan. Pada garis bilangan, bilangan a yang berada di sebelah kiri bilangan b maka a < b atau dengan kata lain b > a. Jika a, b bilangan cacah, maka pasti tepat salah satu dari tiga dari 3 kemungkinan berikut dipenuhi, yaitu:

1. a > b
2. a < b

3. $a = b$

C. Operasi pada Bilangan Cacah

Ada empat operasi yang dikenalkan untuk bilangan cacah, yaitu operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Keempat operasi ini saling berkaitan sehingga penguasaan operasi yang satu akan mempengaruhi operasi lainnya. Penguasaan operasi ini meliputi pemahaman konsep dan keterampilan melakukan operasi.

1. Operasi Penjumlahan

Makna dari operasi penjumlahan adalah menggabungkan dua kelompok (himpunan). Jika kelompok A yang anggotanya ada 2 anak digabungkan dengan kelompok B yang anggotanya ada 3 orang maka diperoleh kelompok baru, sebut saja kelompok AB. Dengan membilang diperoleh bahwa banyaknya anggota kelompok AB tersebut adalah 5. Hal ini menjelaskan bahwa $2 + 3 = 5$.

2. Operasi Pengurangan

Operasi pengurangan merupakan lawan dari operasi penjumlahan. Jika pada operasi penjumlahan dilakukan penggabungan dua himpunan (kelompok) maka pada operasi pengurangan dilakukan pengambilan kelompok baru untuk membentuk kelompok baru. Misalnya dari kelompok A yang beranggotakan 5 orang akan dibentuk suatu kelompok baru B yang terdiri dari 2 orang. Maka banyaknya anggota kelompok A yang tertinggal hanya 3 orang. Hal ini menunjukkan makna operasi pengurangan $5 - 2 = 3$.

Operasi pengurangan juga dapat dikenalkan sebagai lawan operasi penjumlahan, yaitu $a - b = c$ artinya sama dengan $a = b + c$. Jadi 5 - ... = ... ,artinya kita mencari bilangan yang jika ditambahkan dengan 2 hasilnya adalah 5. Pengajaran operasi pengurangan pada bilangan cacah harus ada hasilnya yang juga merupakan bilangan cacah. Sehingga tidak dibenarkan memberikan soal 2 – 5 = ... Hal ini akan diajarkan pada operasi pengurangan bilangan bulat.

3. Operasi Perkalian

Operasi perkalian pada bilangan cacah diartikan sebagai penjumlahan berulang. Sehingga untuk memahamkan konsep perkalian anak harus paham dan terampil melakukan operasi penjumlahan. Perkalian $\boldsymbol{a \times b}$ diartikan sebagai *penjumlahan b sebanyak a kali*. Jadi

$$a \times b = \underbrace{b + b + b + \ldots + b}_{\text{sebanyak } a}.$$

Contohnya 2 × 3 = 3 + 3 = 6 dan 5 × 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15

4. Operasi Pembagian

Operasi pembagian adalah lawan dari operasi perkalian. Sehingga $a : b = c$ artinya sama dengan $a = b \times c$. Dengan demikian $a : b = \ldots$ artinya kita mencari bilangan cacah yang jika dikalikan dengan b hasilnya sama dengan a. Pembagian dapat juga diartikan sebagai pengurangan berulang. Pembagian $a : b = c$ artinya $a - b - b - b - b - b - b = 0$.

D. Alat Peraga Pengajaran Bilangan Cacah

1. Timbangan bilangan

a. Cara penggunaan

1) Memperagakan Operasi penjumlahan: 3 + 5 = ...

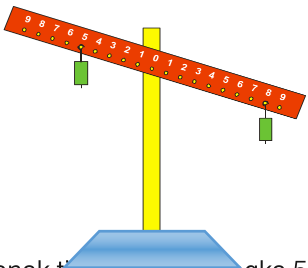
a) Gantungkan sebuah anak timbangan di angka 3 pada lengan sebelah kiri

b) Gantungkan lagi sebuah anak timbangan di angka 5 pada lengan sebelah kiri

c) Untuk menunjukkan hasil pe dicoba menggantungkan sebuah anak timbangan pada lengan sebelah kanan sampai kedua lengan timbangan setimbang. Ternyata setelah anak timbangan digantungkan diangka 8 pada lengan sebelah kanan, maka timbangan akan setimbang.

d) Kesimpulannya 3 + 5 = 8

2) Memperagakan operasi pengurangan : 8 – 5 =......



a) Untuk menunjukkan hasil pengurangan 8 – 5, dapat dicoba dengan menggantungkan sebuah anak timbangan di angka 8 pada lengan sebelah kanan.

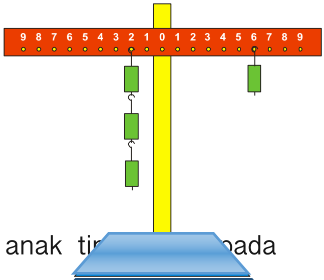
b) Selanjutnya gantungkan sebuah anak timbangan di angka 5 pada lengan sebelah kiri.

c) Lalu dengan mencoba-coba, gantungkan sebuah anak timbangan pada lengan sebelah kiri sampai kedua lengan timbangan setimbang. Ternyata setelah anak timbangan digantungkan di angka 3 pada lengan sebelah kiri, maka timbangan akan setimbang.

d) Kesimpulan : 8 – 5 = 3

3) Memperagakan Operasi perkalian : 2×3 =....

a) Gantungkan 3 buah anak timbangan di angka 2 pada lengan sebelah kiri



b) Untuk menunjukkan hasil perkalian 2×3, dapat dicoba dengan menggantungkan sebuah anak timbangan pada lengan sebelah kanan sampai kedua lengan timbangan setimbang.

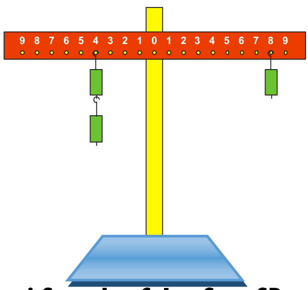
c) Ternyata setelah anak timbangan digantungkan di angka 6 pada lengan sebelah kanan timbangan akan setimbang.

d) Kesimpulannya adalah $2 \times 3 = 6$

4) Memperagakan operasi pembagian 8 **:** 2 = ...

a) Gantungkan sebuah anak timbangan di angka 8 pada lengan sebelah kanan

b) Untuk menunjukkan hasil pem-bagian 8 **:** 2, dapat dicoba menggantungkan 2 buah anak timbangan sekaligus pada lengan sebelah kiri sampai kedua lengan timbangan setimbang. Ternyata setelah kedua anak timbangan digantungkan diangka 4 pada



lengan sebelah kiri, maka timbangan akan setimbang.

c) Kesimpulannya 8 : 2 = 4

2. Batang Cuissenaire

a. Cara penggunaan

Setiap batang memiliki warna dan nilai yang berbeda, yaitu:

Warna	Lambang Bilangan
Putih	1
Merah	2
Hijau Muda	3
Ungu	4
Kuning	5
Hijau Tua	6
Hitam	7
Coklat	8
Biru	9
Orange	10

1) Memperagakan 5 + 4 =...

   a) Ambil batang berwarna ungu dan kuning, Setelah itu, tempelkan masing-masing ujung kedua balok secara vertikal seperti pada gambar. Sehingga menjadi lebih panjang.
   b) Untuk menunjukkan jawaban penjumlahan 5 + 4 =..., temukan batang balok yang sama panjangnya dengan gabungan kedua balok tersebut. Balok yang sesuai adalah balok berwarna biru yang melambangkan angka 9. Sehingga dapat disimpulkan 5 + 4 = 9.

2) Memperagakan 9 – 5 = ...
   a) Pasangkan balok berwarna biru (9) dan balok warna kuning (5) dengan mensejajarkan salah satu ujungnya. Sehingga terdapat selisih panjang di antara keduanya.
   b) Temukan balok yang dapat disambungkan dengan balok berwarna kuning (5) sehingga dapat sama panjang dengan batang berwarna biru (9). Balok yang cocok adalah balok berwarna ungu (4). Dengan demikian 9 – 5 = 4

3) Memperagakan 4 x 3 = ...

a) Susun balok berwarna hijau muda (3) sebanyak 4. Kemudian cocokkan dengan balok yang lain sehingga memiliki paanjang yang sama.

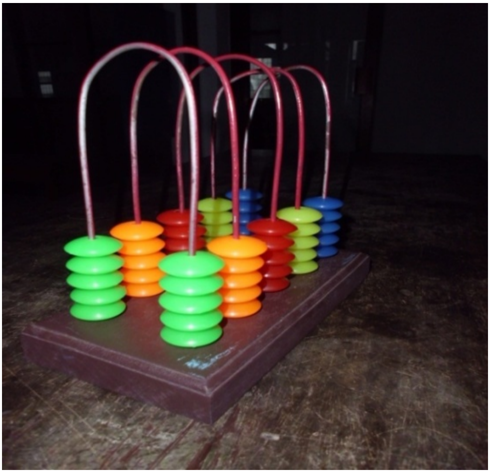

b) Terlebih dahulu pasangkan dengan balok berwarna orange (10), jika belum sesuai gunakan balok lain atau dalam hal ini balok berwarna merah (2). Sehingga hasil 4 x 3 = 10 + 2 = 12.

4) Memperagakan 9 : 3 = ...

a) Ambil balok berwarna biru (9) dan balok berwarna hijau muda (3).


b) Untuk mencari nilai 9 : 3 yaitu dengan memasangkan balok yang berwarna biru dengan seberapa banyak balok warna hijau muda (3) sehingga memiliki panjang yang sama. Ternyata, untuk sampai sama panjang dengan balok berwarna biru dibutuhkan balok warna hijau muda (3) sebanyak 3 buah. Sehingga 9 : 3 = 3

3. Abakus

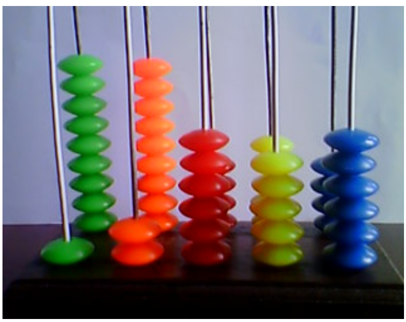


a. Cara penggunaan

1) Abakus memiliki 5 tiang yang masing-masing menunjukkan nilai satuan yaitu satuan, puluhan, ratusan, ribuan, dan puluh ribuan (ketentuan warna sesuai kesepakatan) dan setiap tiang memiliki 10 keping warna.
2) Setiap keping mewakili 1 bilangan sesuai dengan nilai satuannya.

b. Memperagakan 225 + 12431 = ...

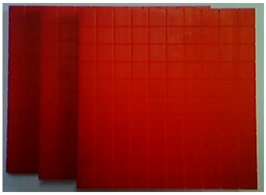
1) Pindahkan ke depan 2 keping pada nilai ratusan, 2 keping pada nilai puluhan dan 5 pada nilai satuan untuk menunjukkan 225.



2) Setelah itu, untuk 225 + 12431 nilai satuan bertambah 1, nilai puluhan bertmbah 3, nilai ratusan bertambah 4, nilai ribuan berisi 2 dan puluh ribuan terisi 1. Sehingga, nilainya menjadi 12656.

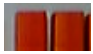
4. Balok Satuan

a. Penjumlahan dan Pengurangan dengan Teknik Menyimpan



100

40

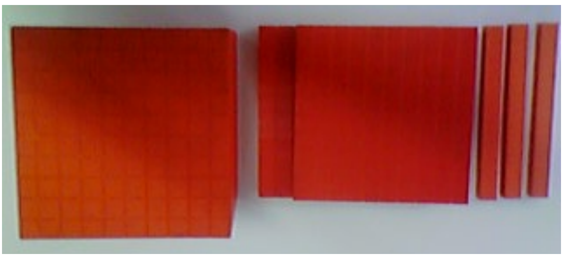


2

Cara Penggunaan

1) Seperti pada gambar di atas, masing-masing memiliki nilai satuan, yaitu masing-masing ribuan, ratusan, puluhan dan satuan.

2) Memperagakan 1230 + 90 =...

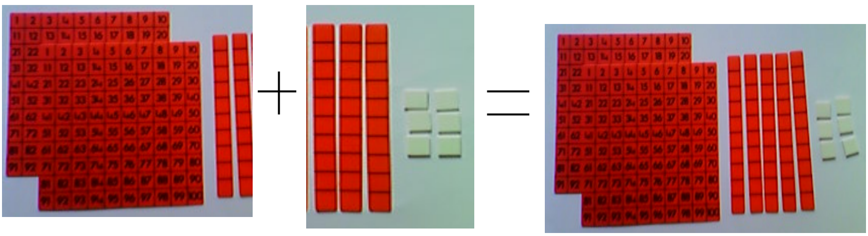


Gabungkan gambar di atas, karena puluhan menjadi 120 maka kita dapat menggunakan cara penyimpanan dengan menjadikannya 100 + 20. Sehingga hasilnya menjadi 1320, seperti berikut ini;

Cara penggunaan

Memperagakan 220 + 36 = ...

Ambil 2 lembar yang bernilai ratusan n puluhan kemudian jumlahkan (tambahkan) 3 lembar yang bernilai puluhan dan 6 yang bernilai satuan. Sehingga terdapat 2 lembar yang bernilai ratusan, 5 lembar yang bernilai puluhan dan enam untuk satuan. Sehingga 220 + 36 = 256



BAB III

Pembelajaran Bilangan Bulat

Himpunan bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat negatif, bilangan nol dan bilangan bulat positif. Pembelajaran operasi bilangan bulat sering menyulitkan karena sering tercampurnya tanda positif dan negatif bilangan dengan operasi penjumlahan serta pengurangan, sehingga konsepnya tidak tertanam dengan baik. Di samping itu kesulitan yang sering terjadi adalah untuk menjelaskan perkalian bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif dan negatif. Pada bab ini akan dibahas pengenalan bilangan bulat dan pengajaran operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat menggunakan kartu bilangan, permainan baris-berbaris dan menggunakan garis bilangan. Operasi perkalian diberikan dengan permainan, menggunakan pola dan menggunakan garis bilangan. Sedangkan operasi pembagian menggunakan konsep lawan perkalian dan garis bilangan.

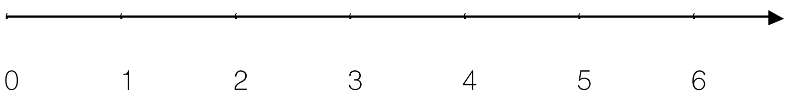
A. Pengenalan Bilangan Bulat

Pada waktu kita melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan cacah, mungkin muncul beberapa pertanyaan, misalnya 3 + a = 1, berapa nilai a yang memenuhi persamaan tersebut ?

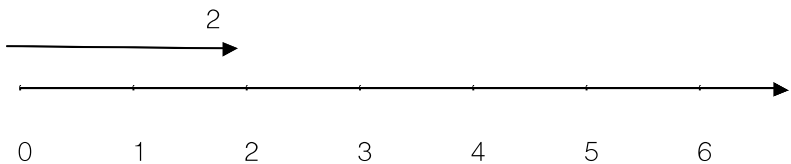
a = 1 – 3 = ...

Tentu saja soal – soal tersebut tidak dapat diselesaikan dalam pembahasan bilangan cacah. Bentuk – bentuk pertanyaan yang seperti itulah yang akan memperluas pembahasan bilangan cacah ke pembahasan bilangan bulat.

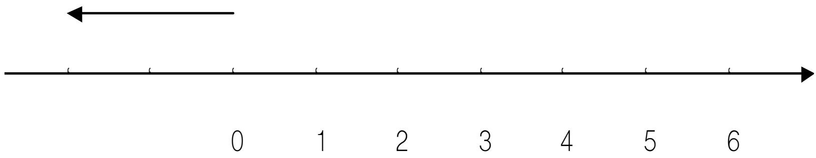
Garis bilangan yang dikenal pada waktu pembahasan bilangan cacah berbentuk sebagai



Pada garis bilangan tersebut jika kita melangkah dari posisi 0 ke arah kanan sebanyak 2 langkah maka kita akan sampai pada posisi angka 2. Hal ini juga berarti 0+2 = 2.



Bagaimanakah hasilnya jika kita melangkah dari posisi 0 ke arah kiri sebanyak 2 langkah ? Hal ini terkait dengan operasi 0 – 2 = ...



Untuk menjawab pertanyaan seperti itu, maka kita perlu melengkapi bilangan – bilangan di kiri nol pada garis bilangan tersebut. Para ahli matematika menetapkan

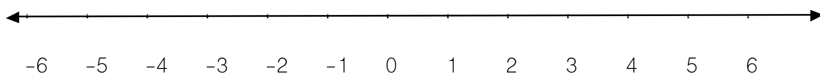
0 – 1 sebagai bilangan negatif 1 satu, ditulis -1

0 – 2 sebagai bilangan negatif dua, ditulis -2

0 – 3 sebagai bilangan negatif tiga, ditulis -3

dan seterusnya.

Sehingga bilangan – bilangan baru tersebut merupakan perluasan bilangan asli, yaitu : -1, -2, -3, -4, ... yang disebut sebagai bilangan bulat negatif. Dengan demikian garis bilangan bulat adalah sebagai berikut :



Dengan demikian bilangan bulat terdiri dari

1. Bilangan – bilangan yang bertanda positif yang disebut sebagai bilangan bulat positif, yaitu 1, 2, 3, 4, 5 , ...
2. Bilangan nol, yaitu 0
3. Bilangan – bilangan yang bertanda negatif yang disebut sebagai bilangan bulat negatif, yaitu -1, -2, -3, -4, -5, ...

Jadi bilangan bulat negatif pertama kali dikenalkan dengan kasus penjumlahan dan pengurangan bilangan tersebut. Selanjutnya bilangan bulat negative dapat dikenalkan melalui kegiatan atau kejadian yang saling bertentangan di sekitar kita, misalnya :

1. Jika berjalan kearah utara disebut kearah positif, maka berjalan kearah selatan disebut kearah negatif.
2. Jika berbuat baik diartikan sebagai perbuatan positif, maka berbuat buruk diartikan sebagai perbuatan negatif.
3. Hutang diartikan sebagai bilangan negatif, misalnya hutang 100 rupiah sama halnya dengan memiliki uang -100 rupiah.
4. Di negara empat musim suhu 6 derajat di bawah nol diartikan sebagai suhu -6 derajat.
5. Rugi diartikan sebagai bilangan negatif misalnya rugi 1000 rupiah sama halnya untung -1000 rupiah.
6. Tinggi selama ini diukur dari permukaan tanah ke atas, sehingga tinggi selalu ditulis dalam bilangan positif. Kedalaman diukur dari permukaan tanah ke bawah, sehingga dapat dipandang sebagai ketinggian yang negatif.

B. Operasi Penjumlahan dan Pengurangan

Pembelajaran operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat perlu mendapatkan perhatian serius dari guru karena pada operasi ini siswa baru berkenalan dengan bilangan negatif. Oleh karenanya perlu diketahui beberapa cara mengajarkan operasi bilangan bulat. Uraian berikut menyajikan pembelajaran operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat menggunakan garis bilangan, permainan baris – berbaris dan permainan kartu bilangan.

1. Garis Bilangan

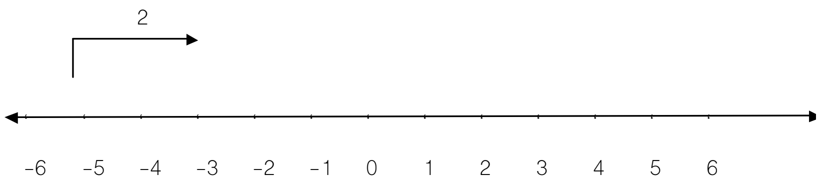
Dalam pembelajaran operasi penjumlahan dan pengurangan dengan menggunakan garis bilangan perlu dipahami tentang aturan mendefinisikan bilangan dan aturan operasi.

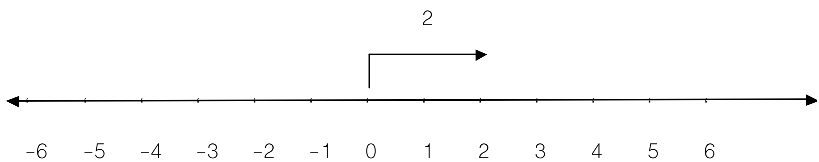
a. Mendefinisikan bilangan bulat menggunakan garis bilangan

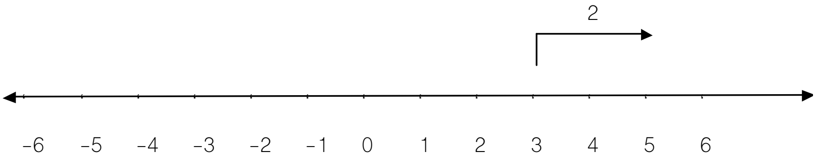
Setelah garis bilangan dibuat, kita dapat mendefinisikan bilangan bulat dengan membuat anak panah di atas garis bilangan. Bilangan positif a didefinisikan dengan anak panah yang panjangnya a satuan dan arah panahnya menghadap arah positif (kanan), sedangkan bilangan negatif b didefinisikan dengan anak panah dengan panjang b dan arah panahnya menghadap arah negatif (kiri).

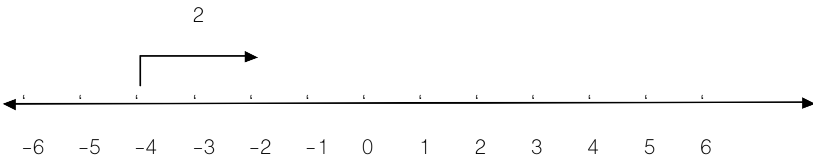
Bentuk anak panah dan istilahnya : Pangkal Ujung

Contoh mendefinisikan bilangan positif 2

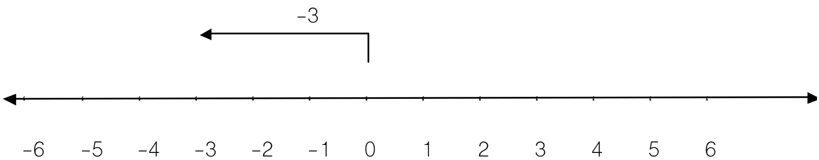


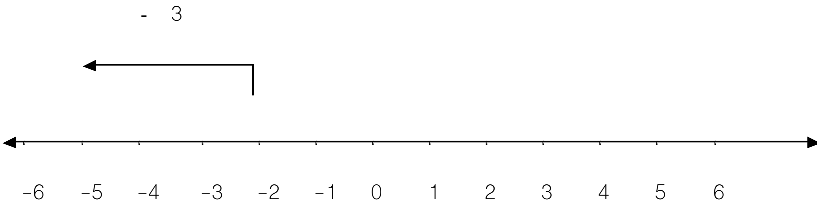


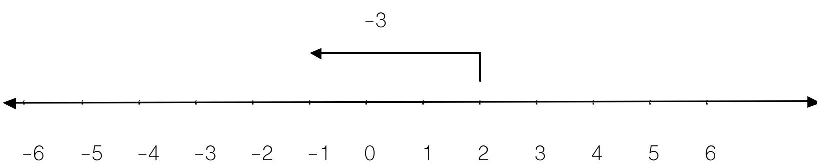


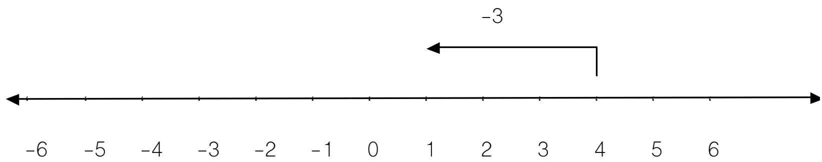


Contoh mendefinisikan bilangan negatif 3 atau -3







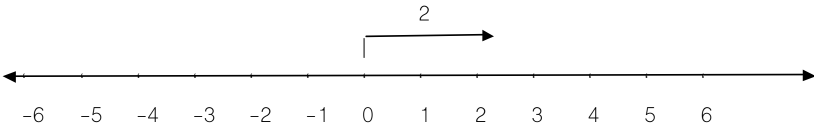


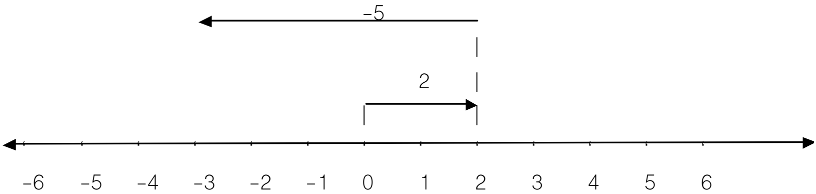
b. Aturan operasi penjumlahan

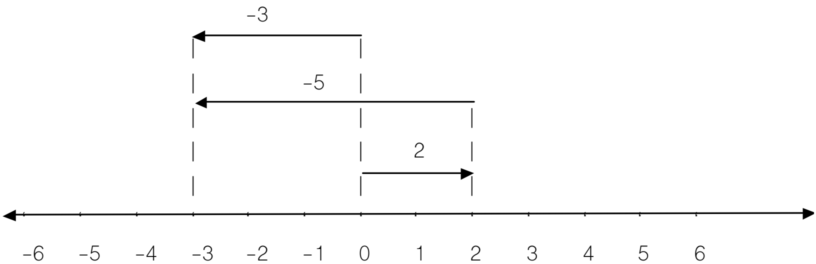
Misalkan kita ingin melakukan operasi A + B, perlu disepakati A disebut bilangan pertama dan B disebut bilangan kedua. Selanjutnya aturan operasi penjumlahan dua bilangan bulat adalah sebagai berikut:

1) Buat anak panah bilangan pertama dengan pangkal di nol.
2) Buat anak panah bilangan kedua dengan pangkal di ujung bilangan pertama.
3) Hasil penjumlahan kedua bilangan ditunjukkan dengan anak panah dengan pangkal nol dan berujung di ujung bilangan kedua.

Contoh : 2 + (-5) = ...

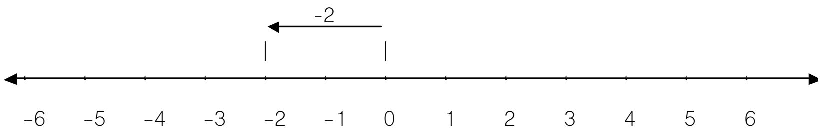


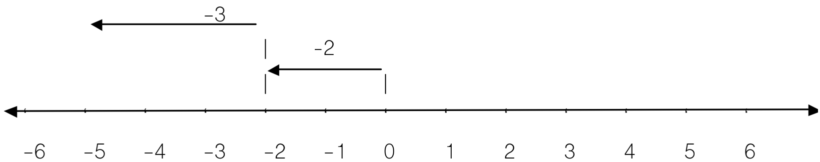


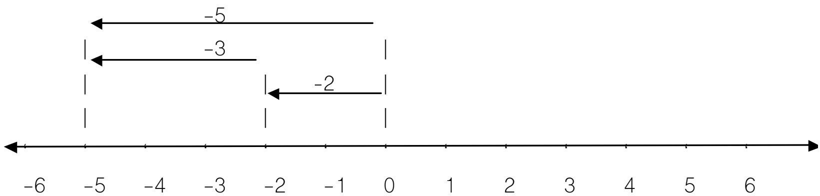


Hasilnya 2 + (-5) = -3

Contoh : (-2) + (-3) =







Hasilnya (-2) + (-3) = -5

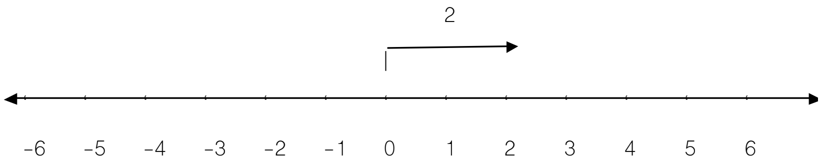
c. Aturan operasi pengurangan

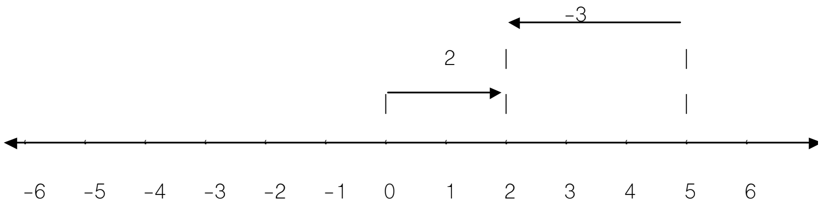
Misalnya kita ingin melakukan operasi P – Q perlu disepakati P disebut bilangan pertama dan Q disebut bilangan kedua. Selanjutnya aturan operasi pengurangan dua bilangan bulat adalah sebagai berikut

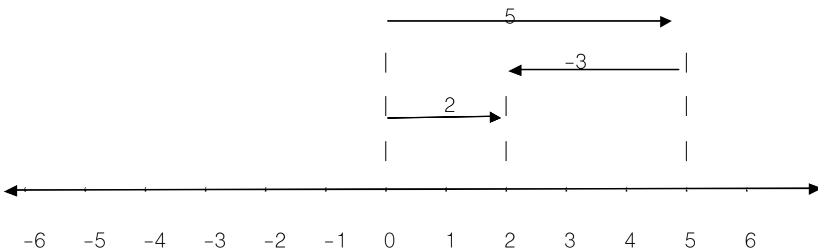
1) Buat anak panah bilangan pertama dengan pangkal di nol
2) Buat anak panah bilangan kedua dengan ujung du ujung bilangan pertama

3) Hasilnya pengurangan kedua bilangan ditunjukkan dengan anak panah dengan pangkal nol dan berujung dipangkal bilangan kedua

Contoh : 2 – (-3) = ...

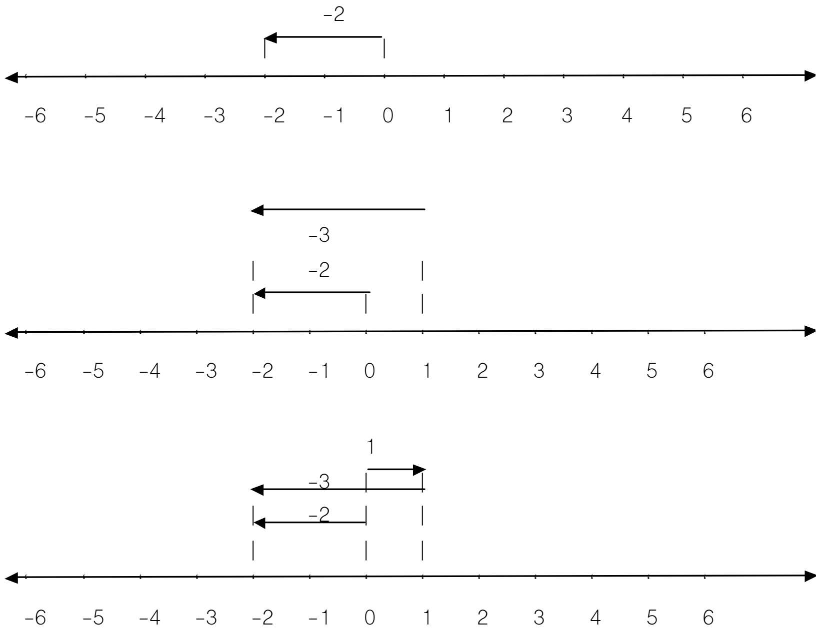






Hasilnya 2 – (-3) = 5

Contoh : (-2) – (-3) = ...



Hasilnya : (-2) – (-3) = 1

2. Permainan Baris Berbaris

Permainan ini diilhami dari aturan – aturan pada garis bilangan. Pada permainan ini diperlukan sarana lantai bertegel atau halaman tanah yang diberi tanda seperti lantai bertegel disesuaikan dengan keadaan sekitar. Sedangkan aturan permainan baris-berbaris adalah sebagai berikut :

a. Sumbu garis bilangan positif menghadap ke kanan, negatif ke kiri.
b. Seorang peraga (demonstrator/pemain) awalnya berdiri pada angka nol dan menghadap ke kanan.
c. Bilangan positif A didefinisikan dengan bergerak maju A langkah.

d. Bilangan negative B (-B) didefinisikan dengan bergerak mundur B langkah.
e. Operasi penjumlahan diartikan dengan tidak mengubah arah.
f. Operasi pengurangan diartikan dengan balik kanan (membalikkan badan).
g. Hasil penjumlahan atau pengurangan ditunjukkan tempat terakhir berdiri.

KIRI ← → KANAN

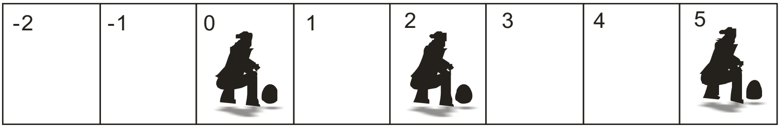
−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4

Contoh operasi penjumlahan 2 + 3

a. Seorang peraga (demonstrator/pemain) awalnya berdiri pada angka nol dan menghadap ke kanan

-2	-1	0 	1	2	3	4	5

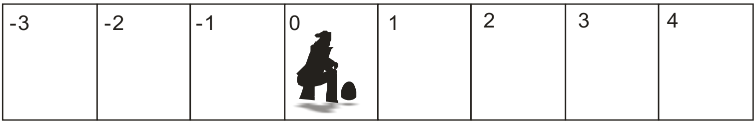
b. Bergerak maju dan langkah (karena bilangan pertama positif dua). Langkah ini ditunjukkan oleh panah yang tipis dan berada di bawah.
c. Arah tatap ke kanan karena operasi penjumlahan
d. Maju 3 langkah karena bilangan kedua adalah positif tiga (3). Langkah ini ditunjukkan oleh panah yang tebal dan berada di atas



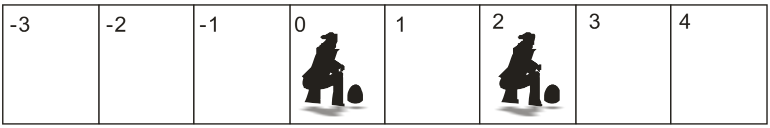
e. Hasilnya adalah berdiri terakhir di bilangan 5, jadi 2 + 3 = 5

Contoh operasi penjumlahan 2 + (-3)

a. Seorang peraga (demonstrasi/pemain) awalnya berdiri pada angka nol dan menghadap kanan

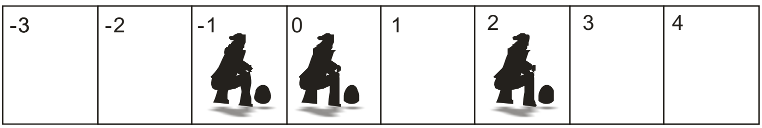


b. Bergerak maju dua langkah (karena bilangan pertama positif dua). Langkah ini ditunjukkan oleh panah tipis dan berada di bawah



c. Arah tetap ke kanan karena operasi tambah

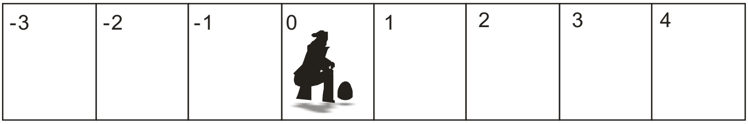
d. Mundur 3 langkah karena bilangan kedua adalah negatif tiga (-3). Langkah ini ditunjukkan oleh panah yang tebal dan berada di atas



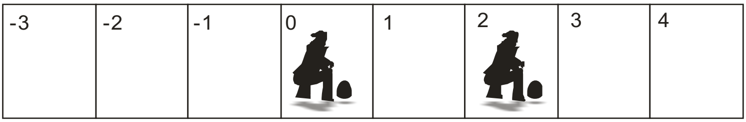
e. Hasilnya adalah peraga pada posisi negatuf 1, jadi 2 + (-3) = -1

Contoh operasi penjumlahan (-2) + 3

a. Seorang peraga (demonstrator/pemain) awalnya berdiri pada angka nol dan menghadap ke kanan

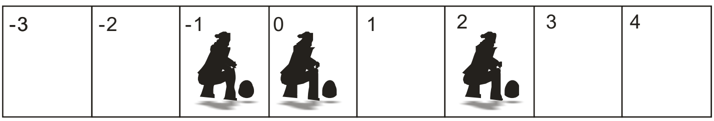


b. Bergerak mundur dua langlah (karena bilangan pertama negatif dua). Langkah ini ditunjukkan oleh panah yang tipis dan berada di bawah



c. Arah tetap ke kanan karena operasi tambah

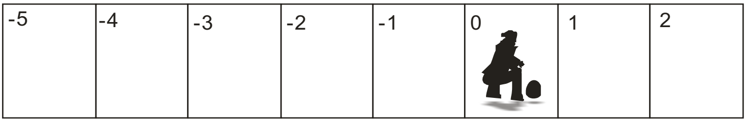
d. Maju 3 langkah karena bilangan kedua adalah positif tiga (3). Langkah ini ditunjukkan oleh panah yang tebal dan berada di atas.



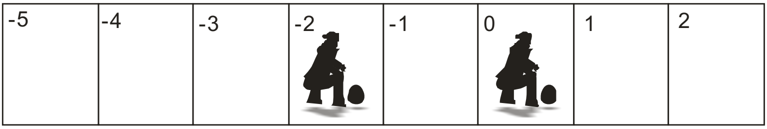
e. Hasilnya adalah peraga pada posisi satu langkah (tegel) di kanan posisi awal (0). Jadi (-2) + 3 = 1

Contoh operasi pengurangan (-2) – 3

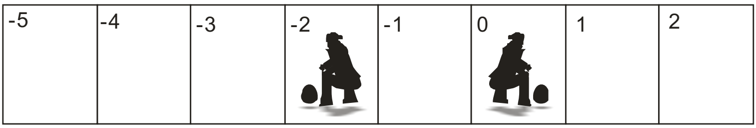
a. Seorang peraga (demonstrator/pemain) awalnya berdiri pada angka nol dan menghadap ke kanan



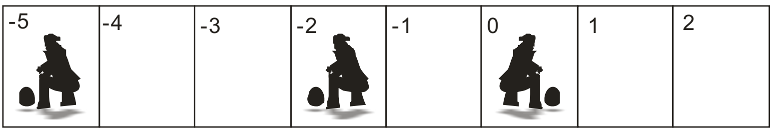
b. Bergerak mundur dua langkah (karena bilangan pertama negatif dua). Langkah ini ditunjukkan oleh panah yang tipis dan berada di bawah



c. Arah berbalik (jadi ke arah kiri) karena operasi pengurangan



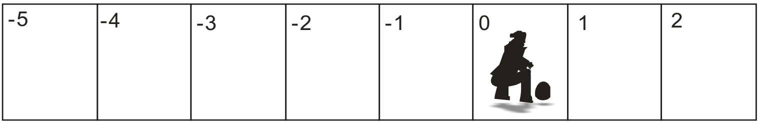
d. Maju 3 langkah karena bilngan ke dua adalah positif tiga (3). Langkah ini ditunjukkan oleh panah yang tebal dan berada di atas



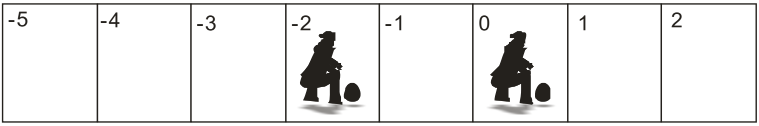
e. Hasilnya adalah peraga posisi lima langkah (tegel) dikiri posisi awal (0). Jadi (-2) -3 = -5

Contoh operasi pengurangan (-2) - (-3)

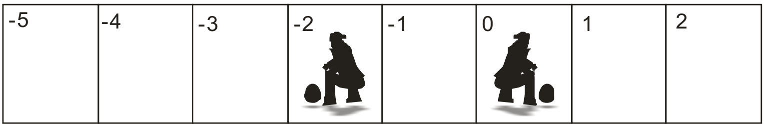
a. Seorang peraga (demonstrator/pemain) awalnya berdiri pada angka nol dan menghadap ke kanan



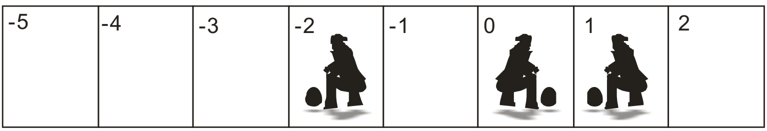
b. Bergerak mundur dua langkah (karna bilangan pertama negatif dua). Langkah ini di tunjjukan oleh panah yang tipis dan berada di bawah



c. Arah berbalik (jadi ke arah kiri) karena operasi pengurangan



d. Mundur tiga langkah karena bilangan kedua adalah negatif tiga (-3). Langkah ini di tunjukkan oleh panah yang tebal dan berada di atas

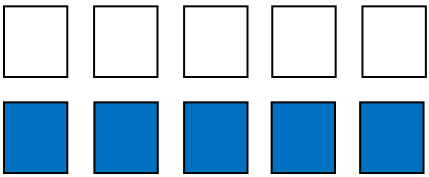


e. Hasilnya adalah peraga posisi satu langkah (tegel) di kiri posisi awal (0). Jadi (-2) – (-3) = 1

Permainan ini dapat di ganti dengan menggunakan boneka (yang jelas mana muka dan yang mana belakangnya) dan papan atau kertas yang di beri nomor bilangan bulat. Sehingga yang berjalan adalah boneka yang di gerakkan oleh siswa yang belajar melalui permainanannya. Permainan ini pernah di peraktekkan di beberapa sekolah dasa . hasilnya siswa lebih semangat dan bergembira dalam belajar pembelajaran juga lebih bermakna dan konsep lebih cepat tertanam. Hanya saja permainan ini membutuhkan waktu yang lebih banyak di bandingakan dengan pelajaran dengan cara konfensional.

3. Kartu bilangan

Kartu bilangan terdiri dari dua set kartu bebrbentuk persegi panjang berukuran 4cm x 6cm (atau lainnya yang penting kongruen) dengan dua warna yang berbeda, misalnya hitam dan biru, masing-masing set terdiri dari 20 kartu. Kartu-kartu ini disusun secara berpasangan atas bawah (misalnya atas putih dan bawah biru), seperti dalam gambar berikut.

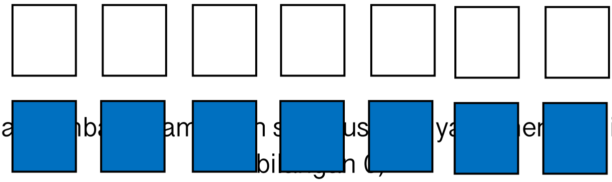


Seperti halnya pada pembelajaran operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang menggunakan garis bilangan maupun permainan baris berbaris, pelajaran operasi dengan menggunakan kartu bilangan juga membutuhkan aturan tentang pendefinisian bilangan dan perlakuan terhadap operasi. Aturannya sebagai berikut :

a. Buat kesepakatan untuk menentukan kartu positif (untuk bilangan bulat positif) dan kartu negatif (untuk bilangan bulat negatif).

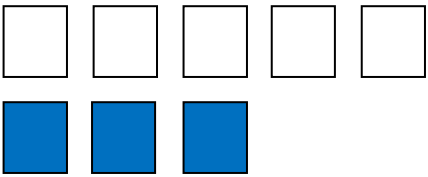
Misalnya tetapkan **kartu putih** sebagai *kartu positif*, dan **kartu biru** sebagai *kartu negatif*. Kartu-kartu tersebut diletakkan berbaris dalam dua susun dengan baris atas kartu putih dan baris bawah kartu hitam (atau sesuai dengan kesepakatan), seperti dalam gambar di atas

b. Definisikan bilangan 0 sebagai “semua kartu berpasangan”, artinya banyaknya kartu putih sama dengan banyaknya kartu biru.

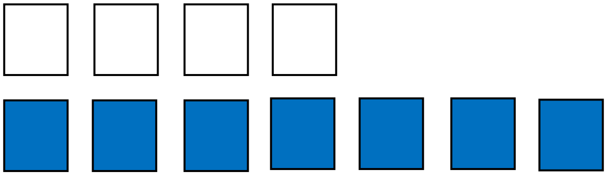


(liha … nb … am … n s … us … ya … er … isikan bi … n 0)

c. Definisikan suatu bilangan bulat positif sebagai “banyaknya kartu putih yang tidak berpasangan”, artinya jika ada dua kartu putih yang tidak berpasangan, maka ini menunjukkan bilangan positif dua (2).



d. Definisikan suatu bilangan bulat negatif sebagai “banyaknya kartu biru yang tidak berpasangan”, aritinya jika ada tiga kartu biru yang tidak berpasangan, maka ini menunjukkan bilangan negatif tiga (-3)



<u>**Aturan operasi penjumlahan**</u>

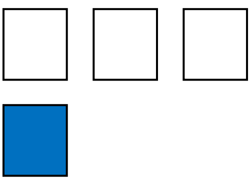
Penjumlahan di artikan sebagai menambah kartu, menjumlahkan dengan bilangan positif berarti menambah dengan kartu putih (positif), sedangkan dengan bilangan negatif berarti menambah dengan kartu biru (negatif).

Langkah-langkah pengerjaan operasi penjumlahan sebagai berikut :

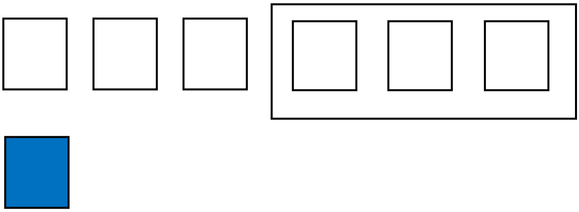
a. Definisikan bilangan pertama menggunakan kartu-kartu
b. Tambahkan kartu sesuai dengan bilangan yang kedua (penjumlah). Jika penjumlah bilangan positif maka tambahkan kartu putih. Jika penjumlah bilangan negatif maka tambahkan katu biru banyaknya kartu yang di tambahkan sesuai dengan penjumlah (sebesar nilai mutlaknya).
c. Susunan terakhir menunjukkan bilangan hasil pemjumlahan.

Contoh langkah-langkah operasi penjumlahan untuk 2 + 3

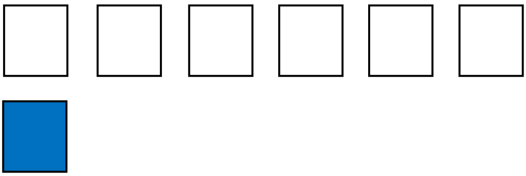
a. Definisikan bilangan pertama (2), yaitu susunan kartu dengan kartu putih tidak berpasangan, salah satu susunannya adalah



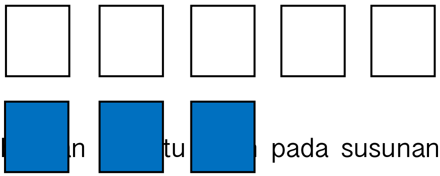
b. Tambahkan tiga kartu putih pada susunan bagian atas sehingga terbentuk susunan baru :



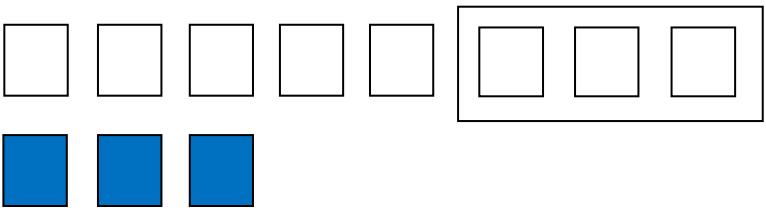
c. Hasilnya 5 kartu putih tidak berpasangan, artinya 2 + 3 = 5



Alternatif lain pengerjaan di atas, mendefinisikan bilangan 2 adalah



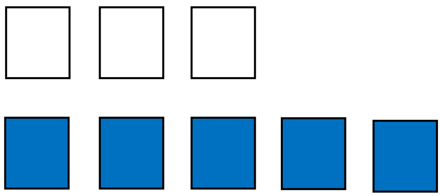
d. Tam n tu pada susunan bagian atas sehingga terbentuk susunan baru:



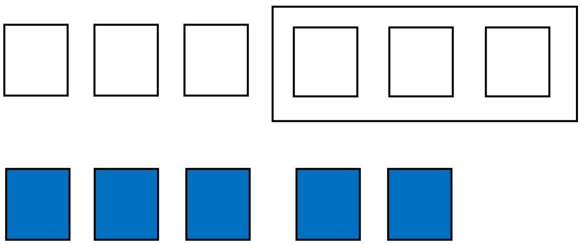
Dengan demikian juga diperoleh hasil 2 + 3 = 5, karena ada 5 kartu putih tak mempunyai pasangan.

Contoh langkah-langkah pengerjaan operasi penjumlahan untuk -2 + 3

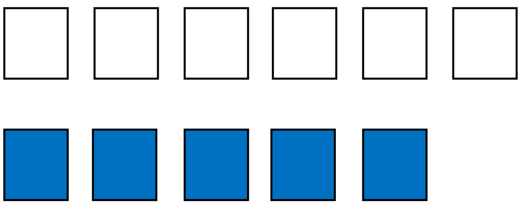
1) Definisikan bilangan pertama (-2), yaitu susunan kartu yang memiliki dua kartu biru tidak berpasangan.



2) Tambahkan 3 kartu putih, sehingga susunan menjadi

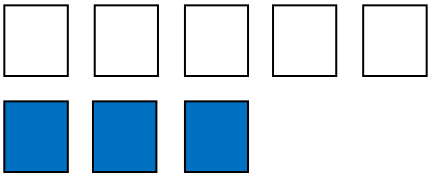


3) Hasilnya 1 kartu putih tidak berpasangan, artinya -2 + 3 = 1

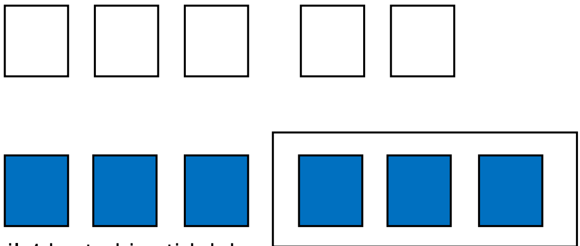


Contoh langkah-langkah pengerjaan operasi penjumlahan untuk 2 + (-3)

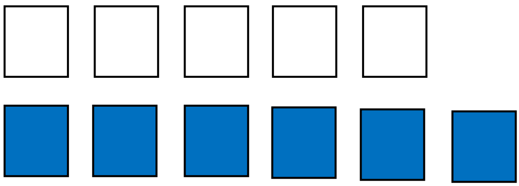
a. Definisikan bilangan pertama (2): dua kartu putih tidak berpasangan



Tambahkan 3 kartu biru

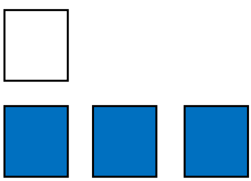


b. Hasil 1 kartu biru tidak berpasangan, artinya 2 + (-3) = -1

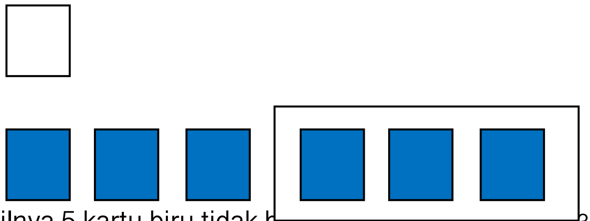


Contoh langkah – langkah pengerjaan operasi penjumlahan untuk -2 + (-3)

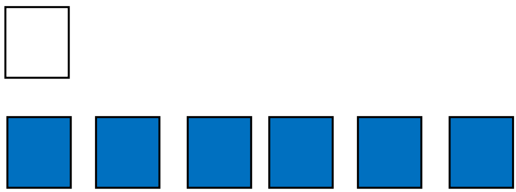
a. Definisikan bilangan pertama (-2): dua kartu biru tidak berpasangan



b. Tambahkan 3 kartu biru



c. Hasilnya 5 kartu biru tidak berpasangan, artinya -2 + (-3) = 5



<u>**Aturan operasi pengurangan**</u>

Pengurangan diartikan sebagai mengambil kartu, mengurangkan dengan bilangan positif berarti mengambil kartu putih (positif), sedangkan mengurangkan dengan bilangan negatif berarti mengambil kartu biru (negatif).

Langkah-langkah pengerjaan operasi penjumlahan sebgai berikut :

a. Definisi bilangan pertama menggunakan kartu-kartu.
b. Ambil kartu sesuai dengan bilangan yang kedua (penjumlahan). Jika pengurangan bilangan positif maka ambil kartu putih. Jika pengurangan negatif maka ambil kartu biru. Banyaknya kartu yang

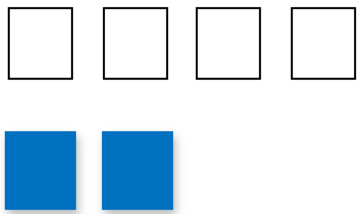
diambil sesuai dengan bilangan pengurang (sebesar nilai mutlaknya).

c. Susunan terakhir menujukkan bilangan hasil pengurangan.

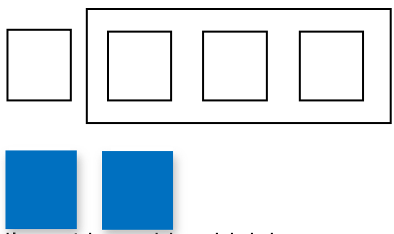
Dalam membuat lambang bilangan yang pertama untuk operasi pengurangan ini harus hati-hati, yaitu banyaknya kartu yang perpasangan harus cukup. Artinya banyaknya kartu yang berpasangan harus lebih besar dari bilangan pengurang, karena dalam operasi pengurangan dilakukan pengambilan kartu sejumlah dari bilangan pengurang.

Contoh langkah-langkah pengerjaan operasi pengurangan untuk 2 – 3

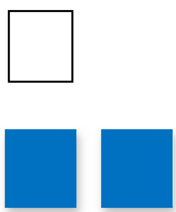
a. Definisikan bilangan pertama (2)



b. Ambil 3 kartu putih

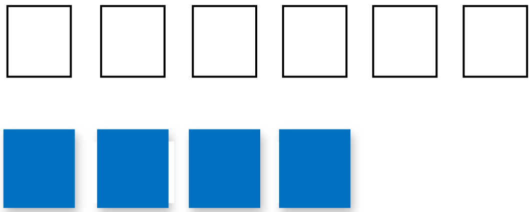


c. Hasilnya 1 kartu biru tidak berpasangan, artinya 2 – 3 = -1

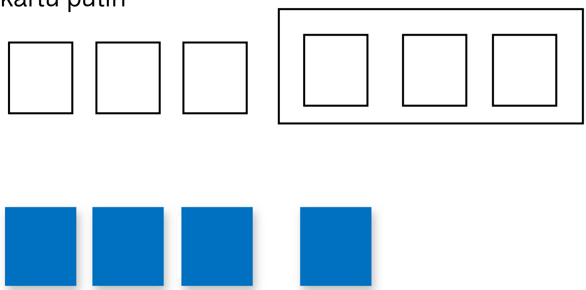


Alternatif lain pengerjaan 2 – 3 di atas dapat dilakukan sebagai berikut:

Misalkan mendefinisikan bilangan 2 sebagai berikut



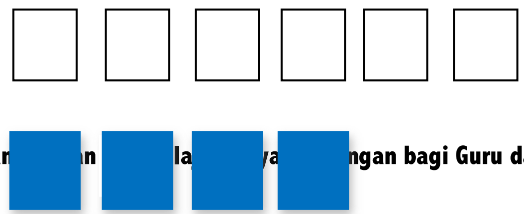
d. Ambil 3 kartu putih



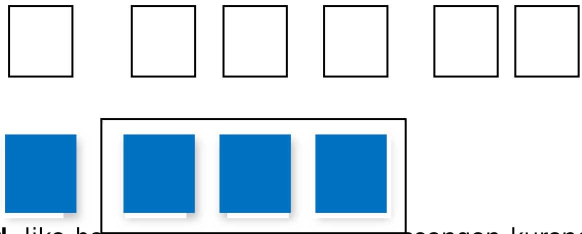
Dengan demikian diperoleh susunan kartu yang menyisahkan satu kartu biru yang tidak mempunyai pasangan, jadi 2 – 3 = -1

Contoh langkah-langkah pengerjaan operasi pengurangan untuk 2 – (-3)

a. Definisikan bilangan pertama (2)

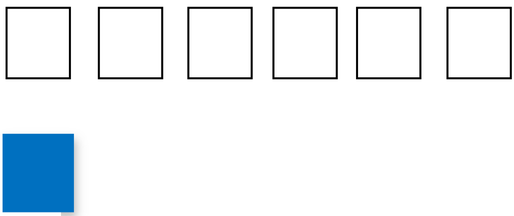


b. Ambil 3 kartu biru



Ingat! Jika banyaknya kartu yang berpasangan kurang dari tiga maka kita tidak dapat mengambil tiga kartu biru, maka sediakan kartu yang berpasangan sebanyak mungkin.

c. Hasilnya 5 kartu putih tidak berpasangan, artinya 2 – (-3) = 5

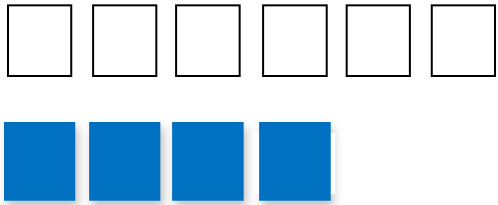


Kartu ini juga dapat digunakan untuk memperkenalkan lawan bilangan bulat. Lawan dua kartu putih tidak berpasangan adalah dua kartu biru tidak berpasangan. Artinya lawan dari dua (2) adalah negatif dua (-2). Dan sebaliknya lawan dua kartu biru tidak berpasangan adalah dua kartu putih tidak berpasangan. Artinya lawan dari negatif dua (-2) adalah dua (2).

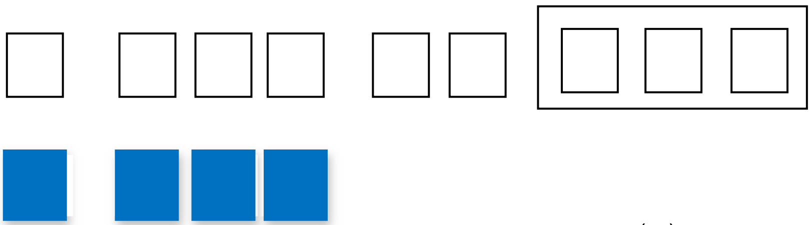
Operasi pengurangan juga dapat diartikan sebagai menjumlahkan dengan lawannya. Jadi mengambil 5 kartu putih artinya sama dengan menambah 5 kartu biru dan mengambil 3 kartu biru artinya sama dengan menambah 3 kartu putih. Hal ini disebabkan susunan kartu terbentuk (yaitu banyaknya kartu bilangan yang tidak berpasangan) akan sama jika mreggantikan operasi mengambil n kartu biru (putih) dengan menambah n kartu putih (biru).

Contoh langkah-langkah pengerjaan operasi pengurangan untuk 2 – (-3) dengan menggunakan penjumlahan dengan lawannya.

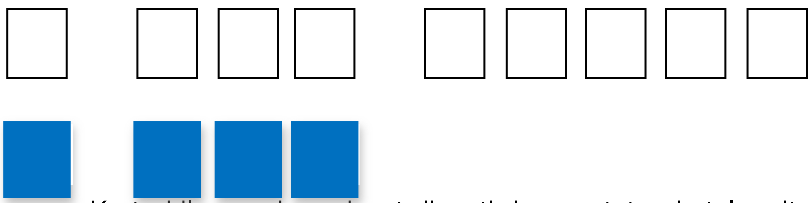
a. Definisikan bilangan pertama (2)



b. Tambahkan 3 kartu putih (menggantikan proses ambil kartu biru)



c. Hasilnya 5 kartu putih tidak berpasangan, artinya 2 – (-2) = 5



Kartu bilangan juga dapat diganti dengan tutup botol sprite dan fanta atau dua jenis daun dengan dengan warna atau jenis yang berbeda disesuaikan dengan keadaan sekitarnya. Hal ini pernah dipraktekkan di beberapa sekolah Dasar dan hasilnya adalah siswa lebih senang belajar matematika, juga pemahaman pengurangan dengan bilangan negatif lebih mudah dicerna. Dalam pembelajaran dengan kartu bilangan ini, contoh-contoh di atas bukan mutlak susunannya, melainkan hanya asalkan diperhatikan banyaknya kartu yang tak mempunyai pasangan harus sama untuk mendegfinisikan bilangan yang sama.

C. Operasi Perkalian

Pada operasi perkalian kesulitan yang terjadi adalah perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif dan perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bilangan bulat negatif. Pada pembelajaran ini kesulitan-kesulitan tersebut dapat diatasi sehingga konsep dapat dipahami dengan baik.

1. Permainan dosa pahala

Pada permainan ini aturannya sesuai dengan nilai-nilai yang berlaku di masyarakat Indonesia, yaitu

Bilangan pertama :

a. Melakukan : positif
b. Tidak melakukan : negatif

Bilangan kedua :

a. Perbuatan baik : positif
b. Perbuatan buruk : negatif

Bilangan hasil :

a. Mendapatkan pahala : positif

b. Mendapatkan dosa : negatif

Sehingga pengajaran perkalian bilangan bulat dengan menggunakan aturan tersebut adalah sebagai berikut:

a. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif hasilnya adalah bilangan bulat positif dengan melakukan (positif) perbuatan baik (positif) mendapatkan pahala (positif).
b. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat begatif hasilnya adalah bilangan bulat negatif sesuai dengan melakukan (positif) perbuatan buruk (negatif) mendapatkan dosa (negatif).
c. Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif hasilnya adalah bilangan bilangan bulat negatif sesuai dengan tidak melakukan (negatif) perbuatan baik (positif) mendapatkan dosa (nrgatif).
d. Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif hasilnya adalah bilangan bulat positif sesuai dengan tidak melakukan (negatif) perbuatan buruk (negatif) mendapatkan pahala (positif).

2. Menggunakan Pola

a. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif menggunakan penjumlahan berulang.

Contoh: $4 \times 6 = 6 + 6 + 6 + 6$

$= 24$

b. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif menggunakan penjumlahan berulang.

Contoh: 4 x (-6) = (-6) + (-6) + (-6) + (-6)

= -24

c. Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bilangan bulat positif menggunakan pola.

Contoh: untuk menjelaskan (-3) x 5 kita menggunakan pola berikut:

1) Kita mengalikan bilangan bulat positif (misalnya dipilih 4), dengan 5, kemudian bilangan yang depan diturunkan satu-satu. Hasil perkalian untuk bilangan bulat positif dicari dengan penjumlahan berulang.

   4 x 5 = 20 (dengan penjumlahan berulang)
   3 x 5 = 15 (dengan penjumlahan berulang)
   2 x 5 = 10 (dengan penjumlahan berulang)
   1 x 5 = 5 (dengan penjumlahan berulang)

2) Dari (i) dapat diamati bahwa jika depan (bilangan pengali), turun satu hasil perkalian turun lima. Kemudian proses ini dilanjutkan dengan menurunkan satu bilangan pengali dan menurunkan 5 hasil perkalian sehingga didapatkan (-3) x 5 = -15.

   0 x 5 = 0
   (-1) x 5 = -5
   (-2) x 5 = -10
   (-3) x 5 = -15

Ilustrasi lengkapnya adalah sebagai berikut:

$$
\text{Depan turun satu}\quad
\begin{array}{rcl}
4 \times 5 &=& 20 \\
3 \times 5 &=& 15 \\
2 \times 5 &=& 10 \\
1 \times 5 &=& 5 \\
0 \times 5 &=& 0 \\
(-1) \times 5 &=& -5 \\
(-2) \times 5 &=& -10 \\
(-3) \times 5 &=& -15
\end{array}
\quad\text{hasilnya turun lima}
$$

d. Perkalian bilangan bulat negatif dengan bulat negatif menggunakan pola.

Contoh: untuk menjelaskan (-3) x (-5), kita menggunakan pola sebagai berikut.

1) Kita mengalikan bilangan bulat positif (misalnya dipilih 4) dengan (-5), kemudian bilangan yang depan diturunkan satu. Hasilnya dicari dengan penjumlahan berulang.

   4 x (-5) = -20 (dengan penjumlahan berulang)

   3 x (-5) = -15 (dengan penjumlahan berulang)

   2 x (-5) = -10 (dengan penjumlahan berulang)

   1 x (-5) = -5 (dengan penjumlahan berulang)

2) Dari (i) dapat diamati bahwa jika depan (bilangan pengali) turun satu hasil perkalian naik lima. Kemudian proses ini dilanjutkan denagn menurunkan satu bilangan pengali dan menaikkan 5 hasil perkalian sehingga didapatkan (-3) x (-5) = 15.

   0 x (-5) = 0

   (-1) x (-5) = 5

   (-2) x (-5) = 10

   (-3) x (-5) = 15

Ilustrasi lengkapnya adalah

$$\text{Depan turun satu}\quad \begin{array}{rcl} 4 & \times (-5) = & -20 \\ 3 & \times (-5) = & -15 \\ 2 & \times (-5) = & -10 \\ 1 & \times (-5) = & -5 \\ 0 & \times (-5) = & 0 \\ (-1) & \times (-5) = & 5 \\ (-2) & \times (-5) = & 10 \\ (-3) & \times (-5) = & 15 \end{array} \quad \text{hasilnya turun lima}$$

Setelah diberikan beebrapa contoh, siswa di ajak untuk membuat kesimpulan bahwa

1) Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif hasilnya bilangan bulat positif.
2) Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif hasilnya bilangan bulat negatif.
3) Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif hasilnya bilangan bulat negatif.
4) Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif hasilnya bilangan bulat positif.

3. Garis Bilangan

Operasi perkalian pada bilangan bulat dapat memanfaatkan garis bilangan. Ketentuan-ketentuan dalam menggunakan garis bilangan untuk operasi perkalian bilangan bulat adalah:

Misalnya untuk pembagian a x b

a. Posisi awal pada titik nol dan menghadap ke
   1) Kanan jika $b > 0$
   2) Kiri jika $b < 0$
b. Bergerak

1) Maju jika a > 0

2) Mundur a < 0

Sebanyak |a| langkah dengan setiap langkah menempuh |b| skala.

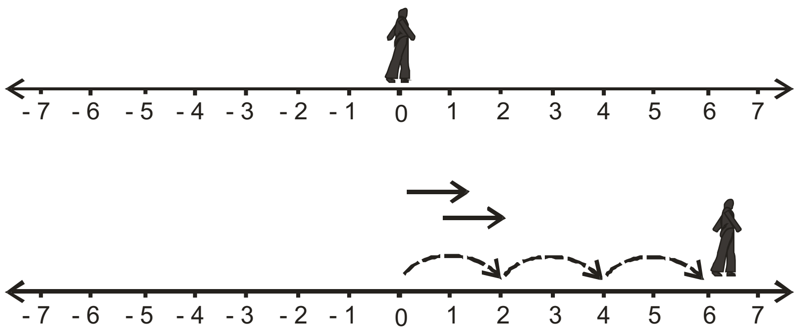
c. Hasilnya adalah posisi bilangan pada kedudukan akhir.

Contoh 3 x 2

a. Dari soal diketahui b = 2 > 0, sehingga posisi awal model adalah pada skala 0 menghadap ke kanan (arah bilangan positif)

b. Dari soal diketahui a = 3 >), sehingga model melangkah maju sebanyak |b| = 3 langkah, masing-masing langkah panjangnya |a| = 2 skala

c. Hasilnya adalah posisi akhir model, yaitu pada skala 6, sehingga 3 x 2 = 6

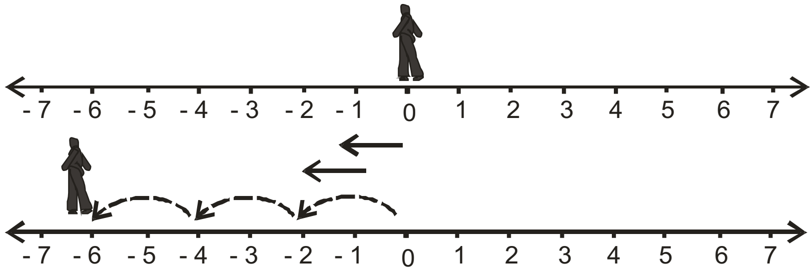


Contoh 3 x -2

a. Dari soal diketahui b = -2 < 0, sehingga posisi awal model adalah pada skala 0 menghadap ke kiri (arah bilangan negatif)

b. Dari soal diketahui a = 3 > 0, sehingga model melangkah maju sebanyak lbl = 3 langkah, masing-masing langkah panjangnya lal = 2 skala

c. Hasilnya adalah posisi akhir model, yaitu pada skala -6, sehingga 3 x -2 = 6

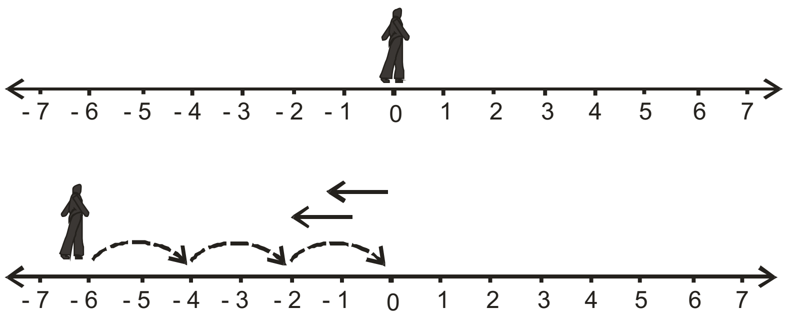


Contoh -3 x 2

a. Dari soal diketahui b = 2 > 0, sehingga posisi awal model adalah pada skala 0 menghadap ke kanan (arah bilangan positif)

b. Dari soal diketahui a = -3 < 0, sehingga model melangkah mundur sebanyak lbl = 3 langkah, masing-masing langkah panjangnya lal = 2 skala.

c. Hasilnya adalah posisi akhir model, yaitu pada skala -6, sehingga 3 x 2 = -5

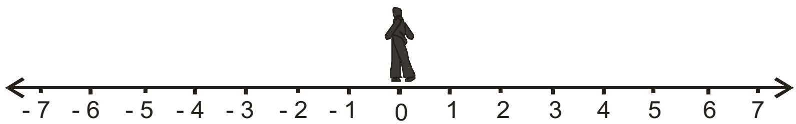


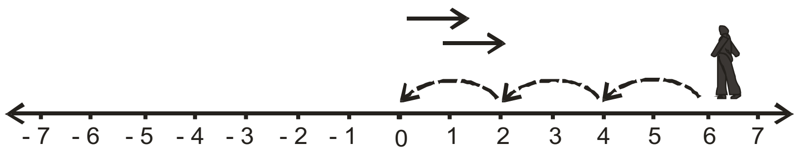
Contoh -3 x -2

a. Dari soal diketahui b = -2 < 0, sehingga posisi awal model adalah pada skala 0 menghadap ke kiri (arah bilangan negatif)

b. Dari soal diketahui a = -3 < 0, sehingga model melangkh mundur sebanyak lbl = 3 langkah, masing-masing langkah panjangnya lal = 2 skala.

c. Hasilnya adalah posisi akhir model, yaitu pada skala 6, sehingga -3 x -2 = 6





Pemahaman operasi perkalian yang paling sulit dicerna adalah perkalian bilangan bulat negatif kali bilangan bulat negatif. Sehingga pada bagian ini guru harus memberikan perhatian lebih. Dari praktek yang telah dilakukan di beberapa SD permainan dosa pahala, pengguanaan pola dan garis bilangan sangat membantu siswa dalam memahami operasi perkalian bilangan bulat.

D. Operasi Pembagian

Pada dasarnya operasi pembagian adalah mencari factor bilangan yang belum diketahui, seperti dua kali berapa agar hasilnya enam? Dalam bahasa matematika di tulis 2 x n = 6, berapakah n?

Sehingga operasi pembagian didefinisikan sebagai lawan operasi perkalian. Sehingga pertanyaan di atas sama saja dengan enam di bagi dua hasilnya berapa? Jika ditulis dalam simbul matematika adalah 6 : 2 = n. Dengan demikian penjelasan operasi pembagian menggunakan operasi perkalian. a : b = c berarti b x c = a. Dengan demikian sebelum menjelaskan operasi pembagian, operasi perkalian bilangan bulat harus dipahami lebih dahulu. Perlu diingat disini bahwa hasil pembagian adalah bilangan bulat juga. Berikut beberapa contoh operasi pembagian.

1. 8 : 2 = ...

   Misalkan 8 : 2 = a

   Ini berkaitan dengan perkalian a x 2 = 8 yang menghasilkan a = 4.
2. 8 : (-2) = ...

   Misalkan 8 : (-2) = a

   Ini berkaitan dengan perkalian a x (-2) = 8 yang menghasilkan a = -4.
3. (-8) : 2 = ...

   Misalkan (-8) : 2 = a

   Ini berkaitan dengan perkalian a x 2 = -8 yang menghasilkan a = -4.
4. (-8) : (-2) = ...

   Misalkan (-8) : (2) = a

   Ini berkaitan dengan perkalian a x (-2) = -8 yang menghasilkan a = 4.

Operasi perkalian pada awalnya dikenalkan dengan penjumlahan berulang, seperti 3 x 2 = 2 + 2 + 2. Pada operasi pembagian dapat dikaitkan dengan operasi pengurangan berulang.

Misalnya 6 : 2 = n. Maka n dapat dicari dengan mengurangkan 2 berulang-ulang ke 6 sehingga hasilnya 0. Banyaknya pengurungan adalah n, yaitu 3, sebab 6 - 2 - 2 – 2 = 0.

Dalam kehidupan sehari-hari hal ini dapat diperaktekkan di kelas. Bu guru mempunyai 6 permen yang akan dibagikan kepada 2 anak dengan nilai ulangan matematika tertinggi. Berapakah masing-masing anak tersebut menerima permen? Tentu saja caranya masing-masing anak dibagikan permen satu-satu. Kemudian sisanya dibagikan lagi satu-satu sampai permen habis. Maka hasil pembagian tersebut adalah masing-masing anak memperoleh 3 permen.

1. Pembagian dengan nol

Pada pembahasan di atas, untuk memperoleh hasil 6 : 2 kita mencari suatu bilangan jika dikalikan dengan dengan 2 hasilnya 6, yaitu a x 2 = 6. Sehingga dengan mudah diperoleh a = 3, yaitu 6 : 2 = 3.

Bagaimanakah hasil 6 : 0? Jika soal ini kita kaitkan dengan perkalian seperti contoh di atas, maka kita mencari suara bilangan yang jika dikalikan dengan 0 hasilnya 6. Tentu tidak ada bilangan yang memenuhi, sebab semua bilangan jika dikalikan dengan nol, maka hasilnya nol juga. Jadi pembagian dengan nol tidak didefinisikan.

2. Penggunaan garis bilangan

Operasi pembagian pada bilangan bulat dapat memanfaatkan garis bilangan. Ketentuan-ketentuan dalam menggunakan garis bilangan untuk operasi pembagian bilangan bulat adalah:

Misalnya untuk pembagian a : b

a. Posisi awal pada skala nol dan menghadap ke
   1) Kanan (arah bilangan positif) jika b > 0

2) Kiri (arah bilangan negatif) jika $b < 0$

b. Bergerak menuju bilangan a dalam garis bilangan dengan setiap langkah menempuh |b| skala. Pergerakan ini bisa maju atau mundur tergantung dari b (awalnya menghadap ke mana) dan tergantung juga pada a (bilangan yang akan dituju)

c. Hasilnya adalah banyaknya langkah dengan tanda:

1) Positif jika arah gerakan pada langkah 2) adalah maju

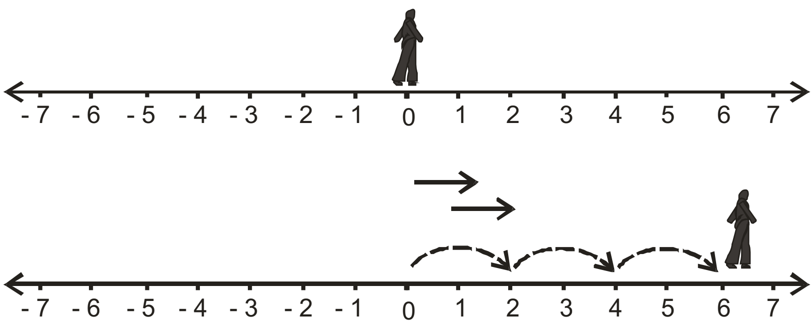
2) Negatif jika arah gerakan pada langkah 2) adalah mundur

Contoh 6 : 2

a. Dari soal diketahui bahwa $b = 2 > 0$. Mak posisi awal model adalah pada skala 0 menghadap ke kanan (arah bilangan positif)

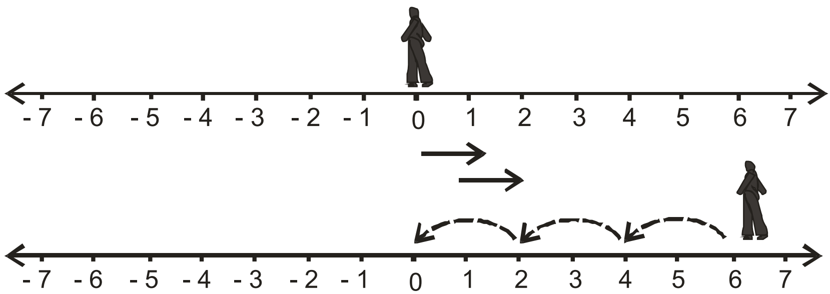
b. Dari skala 0 model menuju ke posisi $b = 6$ dengan bergerak maju. Hal ini disebabkan posisi awal menghadap ke bilangan positif / kanan dan bilangan yang dituju adalah positif. Panjang langkahnya adalah 2, hal ini disebabkan $|b| = |2| = 2$.

c. Ternyata untuk mencapai posisi $a = 6$ dengan ketentuan di atas model perlu melangkah maju sebanyak 3 langkah. Jadi $6 : 2 = 3$



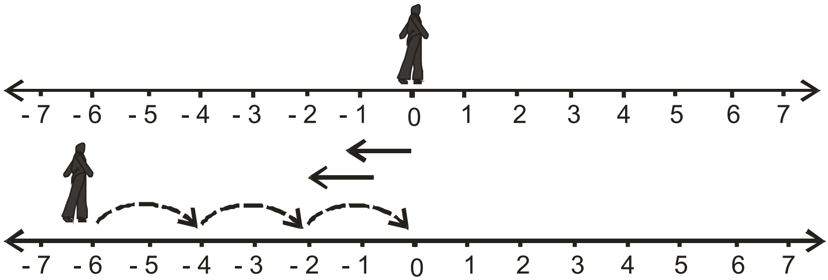
Contoh 6 : -2

a. Dari soal diketahui bahwa b = -2 < 0. Maka posisi awal model adalah pada skala 0 menghadap ke kiri (arah bilangan negatif)
b. Dari skala 0 model menuju ke posisi b = 6 dengan bergerak mundur. Hal ini disebabkan posisi awal menghadap ke bilangan negatif / kiri dan bilangan yang dituju adalah positif. Panjang langkahnya adalah 2, hal ini disebabkan IbI = I-2I = 2
c. Ternyata untuk mencapai posisi a = 6 dengan ketentuan di atas model perlu melangkah mundur sebanyak 3 langkah. Jadi 6 : -2 = -3



Contoh -6 : 2

a. Dari soal diketahui bahwa b = 2 > 0. Maka posisi awal model adalah pada skala 0 menghadap ke kanan (arah bilangan positif)
b. Dari skala 0 model menuju ke posisi b = -6 dengan bergerak mundur. Hal ini disebabkan posisi awal menghadap ke bilangan positif / kanan dan bilangan yang dituju adalah negatif. Panjang langkahnya adalah 2, hal ini desebabkan IbI = I2I = 2
c. Ternyata untuk mencapai posisi a = -6 dengan ketentuan di atas model perlu melangkah mundur sebanyak 3 langkah. Jadi 6 : -2 = -3

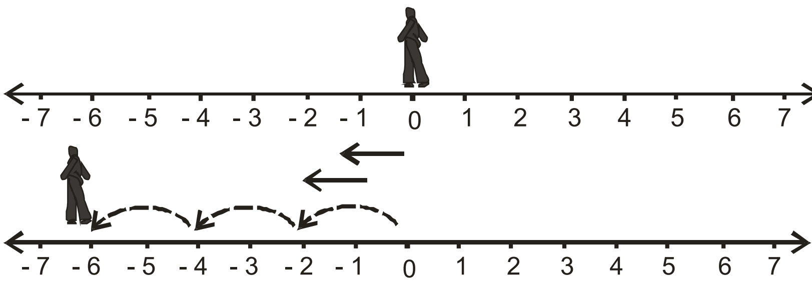


Contoh -6 : -2

a. Dari soal diketahui bahwa b = -2 < 0. Maka posisi awal model adalah pada skala 0 menghadap ke kiri (arah bilangan negatif)

b. Dari skala 0 model menuju ke posisi b = -6 dengan bergerak maju. Hal ini disebabkan posisi awal menghadap ke bilangan negatif / kiri dan bilangan yang dituju adalah negatif. Panjang langkahnya adalah 2, hal ini desebabkan lbl = l-2l = 2

c. Ternyata untuk mencapai posisi a = -6 dengan ketentuan di atas model perlu melangkah maju sebanyak 3 langkah. Jadi -6 : -2 = 3



Penggunaaan garis bilangan ini dapat diganti dengan menggunakan permainan dengan lantai yang diberi angka seperti pada garis bilangan. Kemudian mintalah salah satu siswa untuk menjadi model dan siswa yang lain memberokan aba-aba maju atau mundur.

Pemahaman operasi pembagian lebih sulit jika dibandingkan dengan operasi perkalian. Penggunaan garis bilangan ini dapat dapat membantu siswa memahami arti pembagian khususnya pada bilangan bulat. Setelah siswa memahami pembagian dengan garis bilangan, bimbing siswa untuk memahami pembagian sebagai lawan dari operasi perkalian.

BAB IV

Faktor Persekutuan Terbesar dan Kelipatan Persekutuan Terkecil

A. Konsep Dasar FPB dan KPK

Pembelajaran matematika akan bermakna bagi siswa sekolah dasar apabila istilah-istilah baru yang disajikan perlu diperkenalkan maknanya. Pembelajara FPB dan KPK memuat istilah faktor, kelipatan dan persekutuan yang perlu memperkenalkan istilah-istilah tersebut kepada siswa.

1. Faktor

Pertama kali yang perlu disampaikan kepada siswa berkaitan dengan istilah faktor adalah pembagian bilangan asli oleh bilangan asli. Oleh karenanya guru perlu memberikan bahan apersepsi kepada siswa berupa penguasaan fakta dasar perkalian dan pembagian. Kemudian kita berikan pengertian faktor suatu bilangan adalah pembagi habis bilangan tersebut. Selanjutnya kita berikan beberapa contoh, misalnya

Carilah semua faktor dari 12

Untuk menyelesaikan masalah ini perlu disampaikan bahwa faktor merupakan bilangan asli yang kurang dari atau sama dengan 12. Langkah-langkahnya sebagai berikut:

a. Ajak siswa untuk menyimpulkan bahwa 1 dan 12 merupakan faktor dari 12, selanjutnya berikan penguatan bahwa 1 merupakan faktor dari setiap bilangan, demikian pula suatu bilangan merupakan faktor dari dirinya sendiri.
b. Ajak siswa untuk mencari bilangan-bilangan yang merupakan pembagi habis 12, yaitu 2, 3, 4, dan 6
c. Dari kedua kegiatan kita bisa simpulkan bahwa Himpunan faktor-faktor dari 12 adalah {1, 2, 3, 4, 6, 12}

Penanaman konsep tentang faktor juga dapat dilakukan dengan media sederhana berupa kartu berangka. Kartu-kartu ini telah diberi nomor/angka secara berurutan dari satu sampai dengan bilangan yang akan dicari faktornya. Sebagai ilustrasi pmbelajaran dengan media kartu berangka, akan dicari faktor dari 24. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

a. Siswa atau guru menyiapkan kartu berangka dari satu sampai 24, (lihat gambar)

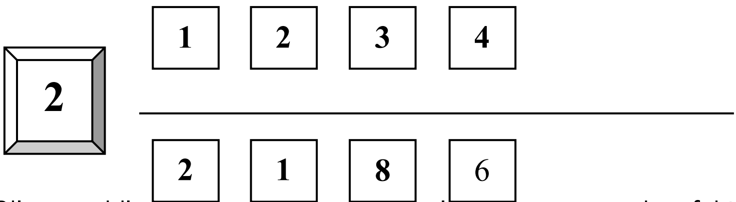
1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24

b. Kemudian guru mempersiapkan tempat menempel atau menuliskan bilangan sebagai berikut

	...	...	...	...
2				
	...	...	...	...

c. Guru menjelaskan apa yang harus diisikan pada titik-titik, yaitu sepasang titik-titik (atas dan bawah) harus diisikan dua bilangan yang hasil kalinya 24

d. Guru meminta dua orang siswa untuk mengambil masing-masing satu kartu dengan syarat hasil kali kedua bilangan yang terambil adalah 24. Kemudian dua kartu yang terambil tersebut ditempelkan pada sepasang titik-titik (atas dan bawah) yang telah disediakan. Kegiatan ini diulang-ulang untuk dua orang siswa lainnya sampai tidak ditemukan dua bilangan yang hasil kalinya 24. Hasil akhir yang diharapkan adalah sebagai berikut



e. Bilangan-bilangan yang ditempelkan oleh siswa merupakan faktor dari 24. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa himpunan semua faktor dari 24 adalah {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}. Perlu diingat bahwa susunan angka yang disusun oleh siswa tidak harus urut, tetapi penyebutan akhir pada kesimpulan harus diurutkan dari terkecil sampai terbesar.

2. Kelipatan

Pengertian kelipatan berkaitan dengan barisan bilangan Asli, sehingga siswa perlu diberi apersepsi tentang himpunan bilangan Asli { 1, 2, 3, 4, 5, ... }. Kelipatan suatu bilangan adalah bilangan-bilangan yang merupakan hasil perkalian dari bilangan tersebuat dengan himpunan bilangan Asli. Untuk lebih memahamkan pengertian tersebut sebaiknya berikan beberapa contoh, misalkan:

Tuliskan himpunan bilangan - bilangan kelipatan 6!

Untuk mendapatkannya kita bisa ajak siswa untuk mengalikan 6 dengan himpunan bilangan Asli sehingga diperoleh 6 x 1, 6 x 2, 6 x 3, 6 x 4, dan seterusnya sehingga didapatkan himpunan kelipatan 6 yaitu { 6, 12, 18, 24, ... }.

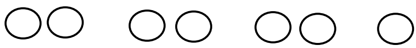
Berkaitan dengan konsep ini bisa kita sampaikan bahwa 6 merupakan salah satu faktor dari himpunan kelipatan 6. Secara khusus sebaiknya juga disajikan mengenai pengertian bilangan ganjil dan genap, yaitu

Bilangan ganjil merupakan bilangan asli yang tidak habis dibagi 2 Bilangan genap merupakan bilangan asli yang habis dibagi 2

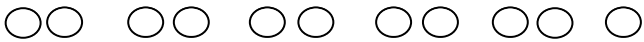
Konsep bilangan ganjil dan genap dapat diajarkan dengan media sederhana seperti lidi, kelereng, batu kerikil, biji-bijian dan lain sebagainya. Mengingat konsep bilangan ganjil dan genap berkaitan dengan pembagian dengan 2, maka pengajarannyapun dilakukan dengan pembagian dengan 2 yang dilakukan dengan pengurangan 2 secara berulang yang dibuat dalam susunan dua-dua. Bilangan yang dimaksud merupakan bilangan genap bila susunannya lengkap tidak bersisa 1, dilain pihak bilangan yang dimaksud merupakan bilangan ganjil. Adapun langkah-langkah pembelajarannya adalah sebagai berikut:

a. Mintalah siswa untuk mengambil sejumlah kelereng
b. Mintalah siswa untuk menghitung banyaknya kelereng yang diambil dengan cara membilang
c. Pengecekan bilangan ganjil atau genap terhadap bilangan hasil membilang dilakukan dengan cara menyusunnya dalam dua-dua seperti ilustrasi berikut

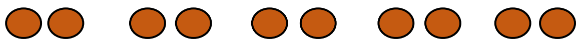
Siswa A



Siswa B



Siswa C



d. Bilangan yang ditujukan oleh siswa A, B, dan C masing-masing adalah 7, 11 dan 10. Bilangan yang dipunyai siswa A dan B adalah bilangan ganjil karena menyisakan 1 kelereng yang tak punya pasangan, sedangkan banyaknya kelereng yang diambil siswa C adalah genap.

3. Faktor Persekutuan Terbesar

Setelah siswa memahami istilah faktor, kita dapat melanjutkan pada faktor persekutuan dua bilangan atau lebih. Faktor persekutuan dua bilangan adalah faktor, faktor yang sama dari kedua bilangan tersebut. Berikut ini adalah langkah-langkah untuk menentukan faktor persekutuan dua bilangan, dalam hal ini akan diilustrasikan faktor persekutuan dari 12 dan 16.

Contoh: Carilah Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari 2 dan 16

Langkah-langkah mencari FPB 12 dan 16 adalah

a. Carilah faktor dari masing-masing bilangan dan disajikan secara terurut

   Faktor dari 12 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 12

   Faktor dari 16 adalah 1, 2, 4, 8, 16

b. Carilah faktor persekutuannya, yaitu faktor-faktor yang sama

   Faktor persekutuan dari 12 dan 16 adalah 1, 2, 4.

c. FPB merupakan faktor persekutuan yang terbesar

   FPB dari 12 dan 16 adalah 4, selanjutnya ditulis FPB (12,16) = 4.

Dalam contoh di atas perlu ditekankan pada siswa jangan lupa untuk mencantumkan angka 1 sebagai faktor dari setiap bilangan. Hal ini penting, terutama apabila dijumpai bilangan-bilangan yang relatif prime, yaitu FPB-nya sama dengan 1.

Contoh: Carilah FPB (8, 15)

Sesuai langkah-langkah di atas, maka kita memperoleh hasil:

a. Faktor dari 8 adalah 1, 2, 4, 8

   Faktor dari 15 adalah 1, 3, 5, 15

b. Faktor persekutuan dari 8 dan 15 adalah 1

c. FPB (8,15) = 1

Setelah siswa memahami FPB dari dua bilangan, maka tingkat kesulitan pencarian FPB dapat ditingkatkan sampai lebih dua bilangan, dimana cara mencarinya sama.

Contoh: Carilah FPB (8, 15, 20)

Sesuai langkah-langkah di atas, maka kita memperoleh hasil:

a. Fakor dari 8 adalah 1, 2, 4, 8

   Faktor dari 20 adalah 1, 2, 4, 5, 10, 201

   Faktor dari 30 adalah 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

b. Faktor persektuan dari 8, 20 dan 30 adalah 1, 2, 4

c. FPB (8,15) = 4

4. Kelipatan Persekutuan Terkecil

Langkah-langkah perhitungan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) mirip dengan cara menghitung FPB. Yang berbeda hanyalah terletak pada mencari faktor diganti mendaftar kelipatan dan menentukan yang terbesar diganti dengan menentukan yang terkecil. Berikut ini adalah contoh perhitungan KPK.

Contoh: Carilah KPK (8, 12)

Langkah-langkah pencarian KPK adalah sebagai berikut

a. Kelipatan dari 8 adalah 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, ...

b. Kelipatan dari 12 adalah 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, ...

c. Kelipatan persekutuan dari 8 dan 12 adalah 24, 48, 72, ...

d. KPK (8, 12) = 24

   Dalam hal kedua bilangannya relatif prime, maka KPK-nya sama dengan perkalian kedua bilangan tersebut.

Contoh: Carilah KPK (8, 15)

a. Kelipatan dari 8 adalah 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104, 112, 120, 128, 136, ...
b. Kelipatan dari 15 adalah 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, ...
c. Kelipatan persekutuan dari 8 dan 15 adalah 120, 240, 360, ...
d. KPK (8, 15) = 120
   Dengan demikian kita dapatkan kesimpulan bahwa FPB (a, b) = 1 jika dan hanya jika KPK (a,b) = a x b

B. Faktorisasi Prima

Pada sajian sebelumnya FPB dan KPK dicari dengan cara mendaftar seluruh faktor atau kelipatan, mengidentifikasi faktor atau kelipatan persekutuan, dan barulah diakhiri dengan menentukan yang faktor persekutuan terbesar atau kelipatan persekutuan terkecil. Selain itu, FPB dan KPK dapat dicari dengan faktorisasi bilangan, yaitu menuliskan bilangan tersebut dalam bentuk perkalian-perkalian bilangan prima. Oleh karenanya, pada sesi ini akan dibahas mengenai bilangan prima, bilangan komposit dan faktorisasi prima.

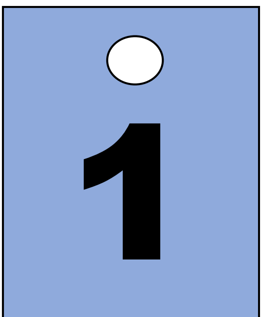
1. Bilangan Prima

Bilangan prima merupakan bilangan Asli yang lebih dari 1 dan tepat mempunyai dua faktor, yaitu 1 dan dirinya sendiri. Bilangan prima telah dikenal sejak abad II Sebelum Masehi, terutama menentukan cara mengidentifikasi semua bilangan prima. Aristoteles memperkenalkan cara mencari bilangan prima yang selanjutnya dikenal dengan saringan Aristoteles. Metode ini juga sangat penting diperkenalkan kepada siswa SD untuk dapat mengidentifikasi bilangan prima kurang dari 100, adapun langkah-langkah identifikasinya adalah sebagai berikut:

a. Susunlah bilangan Asli dari 1 sampai dengan 100 dalam bentuk persegi
b. Coretlah bilangan 1 (ditandai dengan memberi bulatan) 1
c. Coretlah bilangan kelipatan 2, kecuali 2 (ditandai coret mendatar, 6)
d. Coretlah bilangan kelipatan 3, kecuali 3 (ditandai coret mendatar ganda,15)
e. Setelah dicoret kelipatan 2 dan 3, tentunya bilangan-bilangan kelipatan 4, 6, 8 dan 9 sudah ikut tercoret, sehingga untuk selanjutnya yang perlu dicoret tinggal yang kelipatan 5 dan kelipatan 7.
f. Coretlah bilangan kelipatan 5, kecuali 5 (ditandai coret mendatar dan garis bawah, <u>25</u>)
g. Coretlah bilangan kelipatan 7, kecuali 7 (ditandai coret mendatar dobel dan garis bawah, <u>49</u>)
h. Dan seterusnya, sehingga semua bilangan yang mempunyai faktor selain dirinya sendiri dan 1 telah tercoret semuanya. Dan akhirnya terisi bilangan yang tidak tercoret merupakan bilangan prima yang kuranng dari 100, yaitu: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.
i. Hasil lengkapnya dapat dilihat pada tabel berikut:

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	32	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Catatan: Cara pencoretan pada saringan aristoteles untuk keperluan pembelajaran matematika di sekolah dasar agar menarik, prakstis dan efisien dapat disajikan melalui alat peraga sederhana. Bahan yang diperlukan adalah papan triplek/kayu yanng diberi paku sebanyak 10 x 10 sebagai tempat gantungan, kartu bilangan sebanyak 100 buah yang masing-masing dinomori dari 1 sampai 100 dan terdapat lubang atau gantungan (lihat gambar). Aturan pencoretan diganti dengan pengambilan sehingga bilangan yang tersisa di papan merupakan bilangan prima.



Contoh model kartu bilangan

Setelah kita sajikan identifikasi bilangan prima dengan saringan Aristoteles, kita perlu mengajak siswa untuk berfikir secara abstrak untuk mendapatkan ciri-ciri bilangan prima kurang dari 100. Adapun beberapa fakta ciri bilangan prima yang perlu disampaikan ke siswa adalah sebagai berikut:

a. Merupakan bilangan ganjil, kecuali 2
b. Bukan merupakan angka kembar, kecuali 11, misalnya 22, 33, 44, ... bukan bilangan prima
c. Jumlah angka-angkanya berkelipatan 3, contohnya 21 (2 + 1 = 3), 27 (2 + 7 = 9), 54 (5 + 4 = 9) bukan bilangan prima karena habis dibagi 3
d. Tidak berangka satuan 5, misalnya 15, 25, 35, ... bukan bilangan prima karena habis dibagi 5
e. Bukan merupakan bilangan kuadrat, misalnya 9, 25, 49, 81, ...

Ciri-ciri ini perlu disajikan untuk memudahkan siswa dalam mengidentifikasi bilangan prima. Namun perlu juga disampaikan atau ditanyakan kepada siswa apakah 91 merupakan bilangan prima ? jawabannya adalah bukan bilangan prima. Hal ini dapat dilihat bahwa pada saringan Aristoteles 91 habis dibagi 7, meskipun pada ciri-ciri di atas 91 sudah memenuhi kriteria bilangan prima. Hal ini disebabkan oleh kondisi kelima ciri-ciri abstrak tersebut belum memasukkan habis dibagi 7, mengingat keistimewaan bilangan habis dibagi 7 belum dapat dirumuskan sampai saat ini. Dengan demikian siswa harus tetap berhati-hati saat menguji bilangan prima, apalagi untuk bilangan prima yang besar. Bilangan besar yang pernah diuji merupakan bilangan prima adalah 2^{11213} - 1 (ditemukan tahun 1963) dan 2^{19937} - 1 (ditemukan tahun 1971 dan masih merupakan bilangan prima terbesar sampai saat ini). Fakta sejarah ini dapat dijadikan selingan dalam pembelajaran sehingga pembelajaran lebih segar, perlu diberikan motivasi kepada siswa akan pentingnya penguasaan ilmu komputer, karena untuk menemukan bilangan prima yang besar perlu menguasai komputer.

2. Bilangan Komposit

Pada saringan Aristoteles, bilangan yang tidak dicoret merupakan bilangan prima, sedangkan bilangan-bilangan yang dicoret selain 1 disebut bilangan komposit. Dengan kata lain, bilangan komposit merupakan bilangan bukan prima selain 1, atau bilangan Asli yang mempunyai faktor lebih dari dua faktor.

3. Faktor Prima

Setiap bilangan mempunyai faktor prima, karena setiap bilangan dapat disajikan dalam perkalian bilangan-bilangan prima. Penanaman konsep tentang mencari faktor prima dan penulisan bilangan dalam bentuk faktorisasi prima sangat penting untuk siswa sekolah dasar. Selain akan memudahkan dalam perhitungan FPB dan KPK, konsep ini sangat diperlukan saat belajar aljabar yang leih tinggi di tingkat menengah maupun perguruan tinggi. Adapun cara mencari faktor prima dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu cara tabel dan diagram pohon.

Contoh: Carilah faktor prima dari 140

a. Cara table

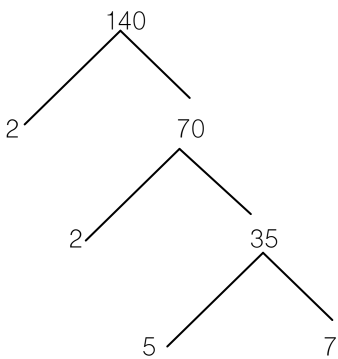
Faktor-faktor dari 140 adalah

1	2	4	5	7	10
140 70	35	28	20	14	

Jadi faktor prima dari 140 adalah 2, 5, dan 7

b. Cara Diagram pohon

Cara diagram pohon adalah cara termudah dan yang paling banyak digunakan untuk mencari faktor prima sekaligus faktorisasi prima. Adapun cara yang dilakukan adalah membagi bilangan tersebut dengan bilangan prima terkecil yang mungkin untuk membagi, selanjutnya hasil baginya dibagi lagi dengan bilangan prima terkecil yang mungkin dan seterusnya sampai diperoleh hasil baginya merupakan bilangan prima. Ilustrasi untuk mencari faktor prima 140 disajikan sebagai berikut:



Jadi faktor prima dari 140 adalah 2, 5, dan 7.

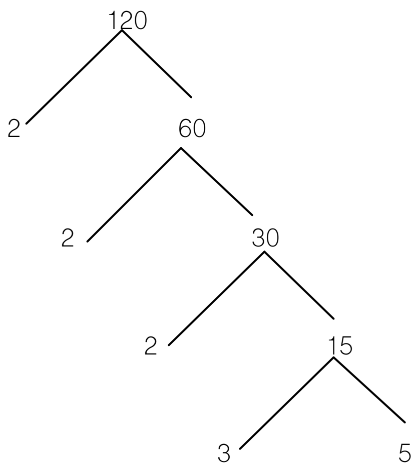
4. Faktorisasi Prima

Setiap bilangan dapat dituliskan sebagai perkalian bilangan-bilangan prima. Penyajian perkalian bilangan-bilangan prima ini disebut sebagai faktorisasi prima. Dengan menggunakan diagram pohon kita telah mendapatkan faktor prima dari suatu bilangan. Perhatikan kembali diagram pohon pencarian faktor prima 140. Di sana dapat dijumpai banyaknya faktor 2 adalah dua, faktor 5 adalah satu dan faktor 7 adalah satu. Dengan demikian dapat dituliskan 140 dalam faktorisasi prima sebagai berikut :

$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 5 \times 7$

Contoh: carilah faktorisasi prima dari 120

a. Terlebih dahulu buatlah pohon faktor untuk 120



b. Jadi faktorisasi primanya adalah $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

5. FPB dan KPK dengan Faktorisasi Prima

Setiap bilangan dapat dinyatakan dalam bentuk faktorisasi prima, demikian halnya dengan bilangan yang merupakan FPB ataupun KPK dari dua atau lebih bilangan asli.

Rambu-rambu mencari FPB (a,b) dimana a dan b sudah dinyatakan dalam bentuk faktorisasi prima adalah sebagai berikut:

a. Apabila p merupakan faktor prima dari a dan b, maka
   1) Untuk kasus p^{n} merupakan faktor dari a dan b, maka p^{n} faktor dari FPB
   2) Untuk kasus p^{m} faktor dari a dan p^{n} faktor dari b dengan m < n, maka pilihlah p^{m} sebagai faktor dari FPB. Hal ini dilakukan karena bilangan yang merupakan FPB lebih kecil atau sama dengan bilangan a atau b.
b. Apabila r hanya merupakan faktor prima dari salah satu bilangan a atau b, maka r^m tidak dipilih sebagai faktor dari FPB.

Untuk lebih memperjelas rambu-rambu tersebut, berikut ini disajikan contoh untuk mencari FPB menggunakan faktorisasi prima.

Contoh: Carilah FPB (60,36)

a. Faktorisasi prima dari 60 dan 36 adalah
   $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
   $36 = 2^2 \times 3^2$
b. Karena 2^2 merupakan faktor dari 60 dan 36 maka 2^2 merupakan faktor dari FPB (60, 36)
c. Karena $3^1 < 3^2$ maka 3^1 merupakan faktor dari FPB (60, 36)

d. Karena 5 hanya merupakan faktor dari 60 maka 5 bukan faktor dari FPB

e. Dengan demikian yang menjadi faktor dari FPB adalah 2^2 dan 3, sehingga FPB (60, 36) = 2^2 x 3 = 4 x 3 = 12

Contoh: Carilah FPB (72, 175)

a. Faktorisasi prma dari 72 dan 175masing-masing adalah 72 = 2^2 x 3^2 dan 175 = 5^2 x 7

b. Jika diamati semua faktor prima yang ada hanya milik sebuah bilangan saja, sehingga satu-satunya faktor yang sama dari 72 dan 175 adalah 1. Dengan kata lain FPB (72, 175) = 1, jadi 72 dan 175 merupakan bilangan-bilangan yang relatif prima.

Selanjutnya akan dibahas perhitungan KPK dengan menggunakan faktorisasi prima. Rambu-rambu mencari KPK (a, b) dimana a dan b sudah dinyatakan dalam bentuk faktorisasi prima adalah sebagai berikut:

a. Apabila p merupakan faktor prima dari a dan b, maka
   1) Untuk kasus p^{n} faktor dari a dan b, maka p^{n} faktor dari KPK
   2) Untuk kasus p^{m} faktor dari a dan p^{n} faktor dari b dengan m < n, maka pilihlah p^{n} sebagai faktor dari KPK. Hal ini dilakukan karena bilangan yang merupakan KPK lebih besar atau sama dengan bilangan a atau b.

b. Apabila r hanya merupakan faktor prima dari salah satu bilangan a tau b, misalnya r^{m} faktor a saja, maka r^{m} dipih sebagai faktor dari KPK.

Untuk lebih memperjelas rambu-rambu tersebut, berikut ini disajikan contoh untuk mencari KPK menggunakan faktorisasi prima.

Contoh: Carilah KPK (12, 32)

a. Faktorisasi prima dari 12 dan 32 masing-masing adalah

   $12 = 2^2 \times 3$

   $32 = 2^5$

b. Karena 2 merupakan faktor prima dari 12 dan 32 dan $2^2 < 2^5$ maka pilih yang pangkatnya lebih besar sebagai faktor dari KPK, yaitu 2^5

c. Karena 3 merupakan faktor dari 12, maka 3 merupakan faktor dari KPK

d. Jadi faktor dari KPK adalah 2^5 dan 3, sehingga KPK (12, 32) = $2^5 \times 3 = 96$

Contoh: Carilah KPK (10, 63)

a. Faktorisasi prima dari 10 dan 63 masing-masing adalah

   $10 = 2 \times 5$

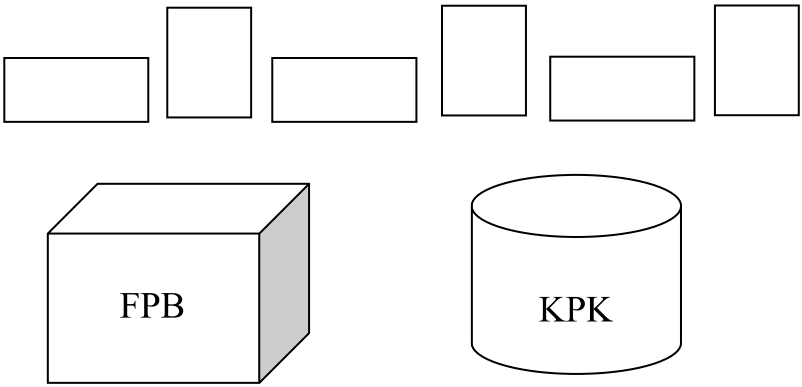
   $63 = 3^2 \times 7$

b. Karena 2, 5, 3, 7 merupakan faktor prima dari salah satu bilangan 10 atau 63, maka 2, 5, 3^2 dan 7 merupakan faktor dari KPK

c. KPK (10, 63) = $2 \times 5 \times 3^2 \times 7 = 10 \times 63 = 630$

6. Pembelajaran FPB dan KPK melalui Media Kantong

Cara pencarian FPB dan KPK menggunakan faktorisasi prima dapat dibuat lebih menarik dalam suasana permainan anak-anak sekolah dasar. Media yang diperlukan adalah dua buah kantong atau kotak (misalkan kotak kapur, kotak snack, dll) yang diberi nama kotak FPB dan KPK, beberapa potongan kertas berukuran 5 cm x 8 cm seperti dalam ilustrasi berikut:



Adapun langkah-langkah pembelajaran dengan media kantong adalah sebagai berikut:

a. Siswa diminta menuliskan faktorisasi prima dari kedua bilangan dalam kertas-kertas yang disediakan, guru mengarahkan siswa sehingga dapat menuliskan karja yang dimaksud.
b. Siswa diminta mengamati seluruh faktor prima yang ada.
c. Bila faktor tersebut hanya dimiliki oleh sebuah bilangan, maka ambil kertas bertuliskan faktor dimaksud ke kotak KPK.
d. Bila faktor prima tersebut dimiliki kedua bilangan, maka bandingkan pangkatnya, dalam hal pangkatnya sama maka satu kertas dimasukkan di kotak FPB dan satunya lagi di kotak KPK, dalam hal pangkatnya berbeda maka faktor yang pangkatnya lebih besar dimasukkan dalam kotak KPK, sedang yang lebih kecil dimasukkan dalam kotak FPB.

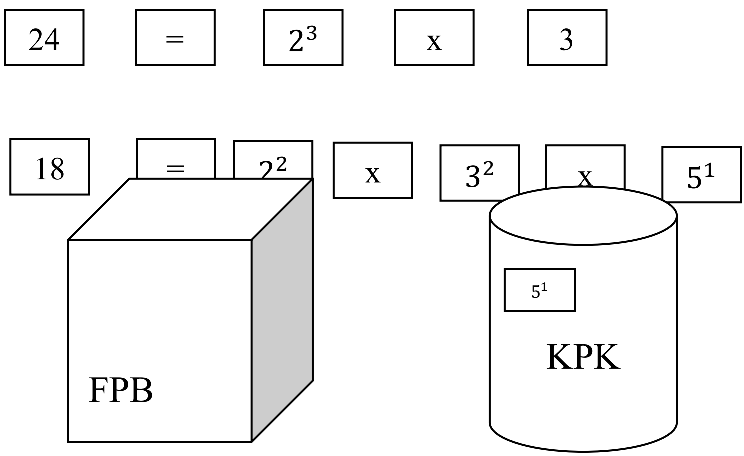
e. Keluarkan kertas-kertas dari kotak FPB dan susun dalam bentuk perkalian, hasilnya merupakan FPB.
f. Keluarkan kertas-kertas dari kotak KPK dan susun dalam bentuk perkalian, hasilnya merupakan KPK

Untuk lebih memperjelas cara permainan FPB dan KPK dengan media kantong, berikut ini disajikan contoh untuk menghitung FPB dan KPK dari dua bilangan.

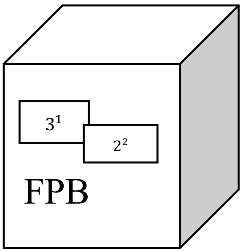
Contoh: Carilah FPB (24, 180) dan KPK (24, 180) dengan Media Kantong

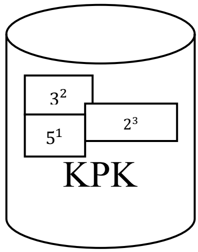
Langkah-langkah pencarian FPB dan KPK adalah

a. Tuliskan faktorisasi prima dari kedua bilangan dengan menggunakan kartu bilangan yang disediakan, ilustrasinya dapat dilihat pada gambar di bawah.
b. Amati faktor-faktor dari kedua bilangan.
c. Masukkan ke dalam kantong KPK bilangan-bilangan yang faktornya tidak terdapat dalam bilangan lainnya, dalam hal ini 5^1 dimasukkan kantong KPK, ilustrasinya dapat dilihat pada gambar di bawah.



d. Karena 2 dan 3 mrupakan faktor prima dari 24 dan 180, maka amati pangkatnya yang panngkatnya lebih besar dimasukkan ke kantong KPK, sedang yang lebih kecil ke kantong FPB. Akibatnya 2^3 masuk kantong KPK, 2^2 masuk kantong FPB, 3^2 masuk kantong KPK dan 3^1 masuk kantong FPB.





e. Keluarkan dari kantong masing-masing dan susun dalam bentuk perkalian sehingga di dapatkan FPB dan KPK.

$\boxed{\text{FPB}}\ \boxed{=}\ \boxed{2^2}\ \boxed{\text{x}}\ \boxed{3^1}$

$\boxed{\text{KPK}}\ \boxed{=}\ \boxed{5^1}\ \boxed{x}\ \boxed{2^3}\ \boxed{x}\ \boxed{3^2}$

f. Jadi FPB (24, 180) = 2^2 x 3^1 = 4 x 3 = 12

KPK (24, 180) = 5^1 x 2^3 x 3^2 = 5 x 8 x 9 = 360

Pencarian FPB dan KPK dengan media kantong pada dasarnya merupakan visualisasi pemilihan faktor yang dipilih sebagai faktor dari FPB atau KPK yang bilangannya dinyatakan dalam bentuk faktorisasi prima. Cara yang sama dapat dilakukan untuk mencari FPB dan KPK dari tiga bilangan asli.

BAB V

Pembelajaran Bilangan Rasional

Himpunan bilangan bulat belum cukup untuk menyelesaikan berbagai persoalan matematika dalam kehidupan sehari-hari. Beberapa masalah yang tidak mampu dinyatakan hanya dengan bilangan bulat diantaranya adalah menyatakan bagian, menyatakan hasil pengukuran (berat, panjang, waktu, luas, isi, dll), menghitung pajak, suku bunga perbankan, discount harga suatu barang, membagi hasil kerja bersama dengan aturan tertentu (prosentase saham ataupun perrbandingan) dan lain sebagainya.

Bilamana rasional muncul (sejak awal peradaban manusia) didasarkan atas keperluan manusia yang dirasakan mendesak setelah adanya interaksi dan komunikasi sosial yang intensif dan rumit. Pada saat itu, manusia kesulitan untuk menggantikan a dan b sehingga kalimat 2 x a dan 6 x b =20 menjadi pernyataan yang benar. Pernyataan tersebut sama saja mencari a dan b sehingga kalimat 3 : 2 = a ataupun 20 : 6 = b bernilai benar. Oleh karenanya diperlukan pendefinisian bilangan baru yang berbentuk $\frac{p}{q}$ dimana p dan q ($q \neq 0$) merupakan bilangan bulat. Bentu bilanga $\frac{p}{q}$ ini disebut pecahan atau rasional, dimana p disebut pembilang dan q disebut penyebut. Untuk pembahasan selanjutnya kita gunakan bilangan pecahan untuk menggantikan bilangan rasional.

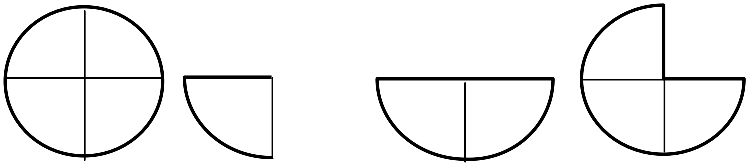
A. Pemahaman Arti Pecahan

Pada prinsipnya, pecahan digunakan untuk menyatakan beberapa bagian dari sejumlah bagian yang sama. Jumlah seluruh bagian yang sama ini bersama-sama membentuk satuan (unit). Dengan demikian pecahan adalah bagian-bagian yang sama dari keseluruhan. Di sini perlu diberikan penekanan pada konsep keseluruhan sebagai satuan konsep sama pada bagian.

Pembelajaran konsep awal pecahan perlu ditanamakan secara baik sehingga meresap betul dalam benak siswa. Manipulasi terhadap benda nyata (kertas, karton, kelereng, kerikil, mata uang, pensil, buku dll) perlu direncanakan dengan baik dan berintikan kegiatan yang memberikan kesempatan seluas-luasnya kepada siswa untuk langsung merasakan dan menghayati bagaimana konsep tersebut tertanam. Beberapa kegiatan berikut bisa membantu menanamkan makna pecahan pada siswa.

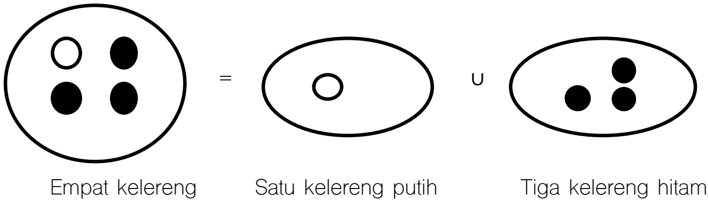
1. Pecahan dapat diajarkan sebagai perbandingan bagian yang sama dari suatu benda terhadap keseluruhan benda itu. Pada langkah awal pengenalan pecahan ini digunakan benda konkret yang ada disekitar kita. Jangan sampai guru menggunakan benda-benda asing bagi siswa. Sehingga perhatian siswa tertuju pada konsep yang disampaikan oleh guru, bukan pada benda yang digunakan untuk menjelaskan. Benda-benda yang digunakan juga harus teratur dan benda sejenis harus sama besar atau sama panjang agar benda-benda tersebut mudah dibagi. Misalnya gunakan apel,

kue bolu, kue bika, semangka, dan lain-lain. Tentu saja jangan menggunakan benda-benda yang membahayakan. Pada tahap selanjutnya kita bisa menggunakan gambar-gambar yang konkret, misalnya gambar roti, bolu, gambar semangka, gambar lingkaran, gambar persegi. Pada tahap ini kita sudah memasuki tahap semi kongkrit.

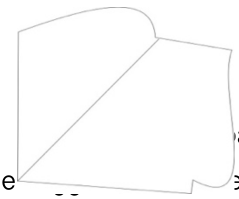


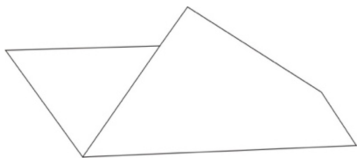
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$	
Satu satuan	Seperempat	Dua perempat	Tiga perempat bagian

2. Pecahan dapat diajarkan sebagai perbandingan himpunan bagian yang sama dari suatu himpunan terhadap keseluruhan. Misalnya dalam suatu kolam ada delapan katak. Di tengah kolam ada batu dan dari empat katak tersebut satu diantaranya naik di atas batu. Maka kita katakan katak yang di atas batu ada satu seperempat dari seluruh katak yang ada di kolam. Dapat juga guru menyiapkan empat kelereng dengan tiga kelereng berwarna merah dan satu kelereng berwarna putih. Maka banyak kelereng yang berwarna putih adalah seperempat bagian dari seluruh kelereng yang dibawa guru. Dan banyaknya kelereng yang berwarna merah adalah tiga perempat bagian dari seluruh kelereng yang dibawa guru.

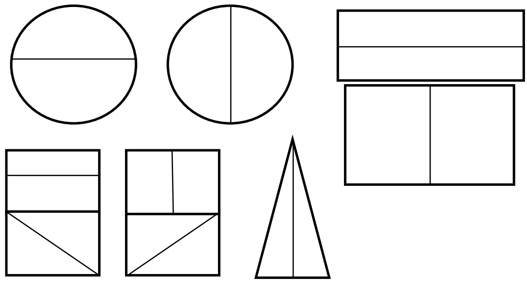


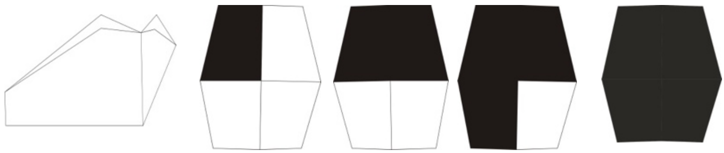
3. Penelaahan pecahan dapat juga menggunakan kertas. Siswa melipat kertas, kemudian bagian pinggir/tepi lipatan dipotong/digunting sehingga menjadi lembaran kertas yang mempunyai dua lipatan yang saling menutupi. Beberapa bentuk guntingan mungkin berbentuk :





ada siswa untuk membuka dan menutupi lipatan se erasakan bahwa satu lembar kertas mempunyai dua lipatan yang sama bentuk dan ukurannya. Kemudian perkenalkan kepada mereka bahwa satu bagian lipatan dari dua lipatan yang sama disebut setengah (satu arah per dua atau seperdua) dan ditulis dengan lambang bilangan pecahan $\frac{1}{2}$. untuk menunjukan pecahan $\frac{1}{2}$ dapat juga siswa disuruh melipat kertas dengan bentuk tertentu yang telah disediakan guru sehingga membentuk dua bagian yang sama. Seperti lingkaran, segitiga persegi panjang. Selanjutnya mintalah kepada siswa untuk melipat kembali kertas yang telah digunakan tadi dengan jalan melipat garis lipatan sehingga tepat berimpitan dan memotong tepi lembaran yang bukan lipatan.



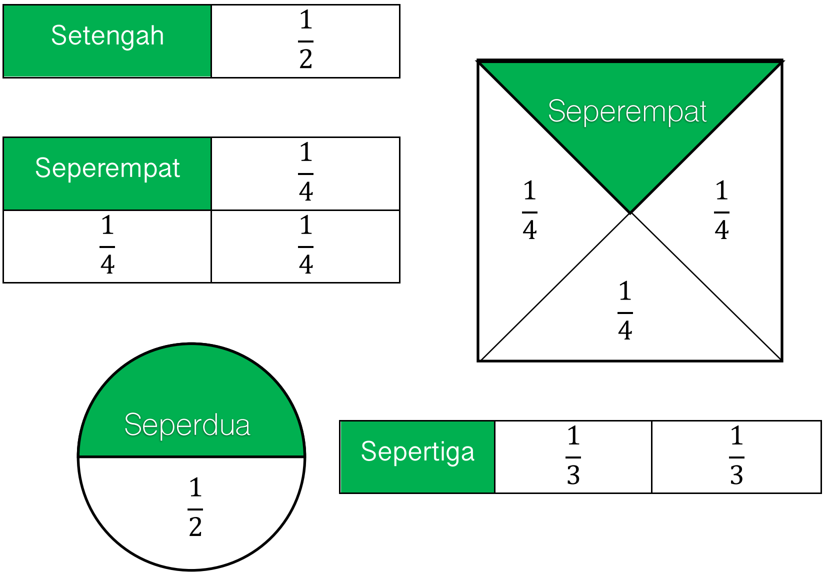


Beri kesempatan siswa untuk membuka dan menutup lipatan sehingga mereka mendapatkan kesan mendalam berkaitan satu lembaran ada empat lipatan yan sama bentuk dan ukurannya. Selanjutnya perkenalkan makna seperempat (satu lipatan dari empat lipatan yang sama), dua perempat, tiga perempat dan empat perempat yang selanjutnya masing-masing dinotasikan dengan $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, dan $\frac{4}{4}$.

Penggunaan alat peraga sederhana tersebut dapat memperjelas makna pecahan. Dengan bantuan guru siswa dapat menemukan konsep pecahan dengan bereksperimen menggunakan kertas dan gunting. Pengajaraan dengan menggunakan peragaan ini tent saja membuuhkan waktu lebih banyak dibandingkan dengan pengajaran konvensional. Untuk mengatasi hal ini guru harus merencanakan pembelajaran dengan seksama, termasuk menyiapkan alat-alat yang dibutuhkan.Guru juga dapat meminta siswa menyiapkan bahan-bahan yang diperlukan pada pertemuan sebelumnya.

B. Penulisan Pecahan

Setelah siswa paham akan arti pecahan sederhana, maka langkah selanjutnya adalah mengajak siswa untuk memahami penulisan pecahan. Pengenalan penulisan pecahan ini digunakan model-model alat peraga sederhana, contohnya adalah sebagai berikut:



Jika kita menggunakankarton, maka dapat membagi-bagi daerah tersebut menjadi bagian-bagian tertentu. Berikut diberikan contoh beberapa pecahan

Pada penulisan pecahan perlu ditekankan adanya pembilang dan penyebut, serta adanya ruas garis yang mebatasi antara pembilang dan penyebut. Untuk lebih memahami penulisan pecahan, mintalah siswa untuk menulisakn pecahan sebanyak-banyaknya.

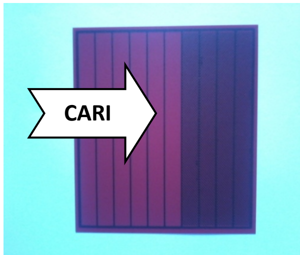
C. Jenis-jenis Pecahan

1. **Pecahan Biasa**

Pecahan biasa adalah pecahan dengan pembilangnya lebih kecil dari penyebutnya.

$\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$ dimana $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$

Untuk memperagakan pecahan biasa kepada siswa digunakan alat peraga yang disebut kartu pecahan dan decimal square



Cara penggunaan alat peraga kartu pecahan dan decimal square

1. Guru menunjukkan kartu pecahan berwarna merah kepada siswa, misalnya $\frac{4}{10}$
2. Siswa mencari decimal square berwarna merah yang menunjukkan pecahan sebagaimana yang diperintahkan oleh guru

2. **Pecahan Campuran**

Pecahan campuran adalah pecahan dengan pembilangnya lebih besar dari penyebutnya.

$\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$ dimana $\boldsymbol{a} > b$

Contoh : $\frac{8}{3} = 2\ \frac{2}{3}$

3. **Pecahan Desimal**

Pecahan desimal adalah pecahan yang dalam penulisannya menggunakan tanda koma. Contoh: 0,5 ; 8,75 ; 1.

Pecahan desimal dapat diubah ke dalam pecahan biasa atau pun pecahan campuran.

Contoh :

Bentuk pecahan dari 0,5 adalah...

Tanda koma digeser kekanan 1 kali sehingga 0,5 menjadi 5, pergeseran sebanyak 1 kali, maka nilai hasil pergeseran dikalikan dengan persepuluhan menjadi

$$5 \times \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Ubahlah bentuk pecahan desimal 8,75 ke dalam bentuk pecahan

4. **Pecahan Persen**

Pecahan persen adalah pecahan yang menggunakan lambang % yang berarti perseratus.

$\boldsymbol{a}$ % berarti $\frac{\boldsymbol{a}}{\mathbf{100}}$

Pecahan persen dapat diubah ke dalam pecahan biasa atau pun pecahan campuran.

Contoh :

$$25\ \% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Ubahlah pecahan-pecahan berikut ke dalam bentuk pecahan persen !

a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{10}{25}$ c. $\frac{225}{500}$

D. Pecahan Senilai

Pecahan senilai adalah pecahan-pecahan yang penulisannya berbeda tetapi mewakili bagian atau daerah yang sama. Sehingga pecahan-pecahan senilai mempunyai nilai yang sama. Pembelajaran tentang pecahan senilai dapat menggunakan alat peraga sederhana, misalnya karton atau kertas manila. Tentukan ukuran karton yang mewakili 1, kemudian bagilah daerah karton tersebut sesuai dengan pecahan yang diinginkan. Mulailah dengan pecahan-pecahan yang sederhana, misalnya ½ ,1/3, ¼ ,1/5,3/4, 1/8, dan sebagainya. Pecahan senilai dapat diperoleh dengan mengalikan pembilang dan penyebut dengan bilangan tak nol yang sama.

Contoh:

$$\frac{1}{2} = \frac{1\ X\ 2}{2\ X\ 2} = \frac{2}{4}, \frac{1}{2} = \frac{1\ X\ 3}{2\ X\ 3} = \frac{3}{6}, \frac{1}{2} = \frac{1\ X\ 4}{2\ X\ 4} = \frac{4}{8}, \frac{1}{2} = \frac{1\ X\ 6}{2\ X\ 6} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1\ X\ 2}{3\ X\ 2} = \frac{2}{6}, \frac{1}{3} = \frac{1\ X\ 3}{3\ X\ 3} = \frac{3}{9}, \frac{1}{3} = \frac{1\ X\ 4}{3\ X\ 4} = \frac{4}{12}$$

Jika suatu pecahan yang di peroleh dari pecahan yang lain dengan cara mengalikan pembilang dan penyebut dengan bilangan asli yang sama, maka diperoleh pecahan yang senilai. Dengan demikian untuk *a*, *b, n* bilangan-bilanga bulat maka pecahan $\frac{a}{b}$ dan pecahan $\frac{a\ x\ n}{b\ x\ n}$ **senilai.**

Selanjutnya adalah alat peraga yang dipergunakan dalam contoh di atas akan didiskusikan lebih lanjut!

E. Perbandingan Pecahan

Karena bagian keselurahan dari ketujuh gambar tersebut adalah sama, maka kita dapat membandingkan bilangan-bilangan pecahan itu berdasar dari luas bagian yang berwarna. Sehingga kita mempunyai kesimpulaan

$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$; $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} > \frac{1}{6}$

$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$; $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$; $\frac{1}{4} > \frac{1}{6}$

Dan lebih lengkapnya adalah $\frac{1}{12} < \frac{1}{9} < \frac{1}{8} < \frac{1}{6} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < 1$.

1. Pengurutan Dua Pecahan

Membandingkan dua pecahan dengan memberi tanda <, = atau > secara langsung sulit dilakukan, kecuali kedua pecahan tersebut senama. Untuk mengatasi hal tersebut kita perlu mengetahui tekniknya. Adapun langkah-langkaah untuk mengurutkan dua pecahan tanpa menggunakan garis belangan adalah :

a. Jika kedua pecahan tersebut senama (mempunyai penyebut sama) maka pecahan diurutkan sesuai dengan urutan dari pembilang, yaitu pecahan dengan pembilang yang kecil akan lebih kecil dari pecahan dengan pembilang yang besar.
b. Jika kedua pecahan tersebut tidak senama, maka dengan bantuan KPK carilah pecahan yang senilai (ekuivalen) dari kedua pecahan sehingga diperoleh dua **pecahan senama** dengan penyebut KPK dari penyabut kedua pecahan tersebut selanjutnya lakukanlah langkah a.

Contoh:

1) Untuk mengurutkan $\frac{1}{4}$ dengan $\frac{3}{4}$ adalah hal mudah, disebabkan kedua pecahan tersebut senama. Karena 1 < 3, maka $\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$.
2) Untuk dapat mengurutkan $\frac{1}{4}$ dan $\frac{2}{3}$, kita perlu mencari KPK dari penyebut kedua pecahan tersebut, yaitu 4 dan 3.
   KPK dari 4 dan 3 adalah 12

$\frac{1}{4}$ Ekuivalen dengan $\frac{3}{12}$

$\frac{2}{3}$ Ekuivalen dengan $\frac{8}{12}$

Karena 3 < 8, maka $\frac{3}{12} < \frac{8}{12}$, sehingga $\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$

3) Untuk dapat mengurutkan $\frac{3}{4}$ dan $\frac{5}{6}$, kita perlu mencari KPK dari penyebut kedua pecahan tersebut, yaitu 4 dan 6. KPK dari 4 dan 6 adalah 12

$\frac{3}{4}$ Ekuivalen dengan $\frac{9}{12}$

$\frac{5}{6}$ Ekuivalen dengan $\frac{10}{12}$

Karena 9 < 10, maka $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$, sehingga .

Makin banyak contoh tentu lebih baik, karena siswa semakin terbiasa membandingkan dua pecahan.

2. Pengurutan Tiga Pecahan

Untuk mengurutkan tiga pecahan, kita gunakan sifat: Jika a, b, c bilangan-bilangan cacah, a < b dan b < c, maka a<b<c.

Adapun langkah-langkah untuk mengurutkan tiga pecahan tanpa menggunakan garis bilangan adalah:

a. Jika ketiga pecahan tersebut senama (mempunyai penyebut sama) maka pecahan diturunkan sesuai dengan urutan dari pembilang dengan menggunakan sifat di atas (dalam kotak)

b. Jika ketiga pecahan tersebut tidak senama, maka dengan bantuan KPK dari ketiga penyebut pecahan itu, carilah pecahan yang senilai (ekuivalen) dari ketiga pecahan tersebut. Yaitu carilah pecahan yang ekuivalen dari setiap pecahan sehingga diperoleh tiga pecahan yang senama dengan penyebut KPK dari penyebut ketiga pecahan tersebut. Selanjutnya lakukan langkah a).

Contoh :

a. Urutkan $\frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$

Jawab: Karena ketiga pecahan mempunyai penyebut yang sama, yaiu 4 dan

b. 1 < 2 < 3, maka $\frac{1}{4} < \frac{2}{4} < \frac{3}{4}$

c. Urutkan $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ dan $\frac{1}{2}$

Jawab :

KPK dari 4,6 dan 2 adalah 12.

$\frac{3}{4}$ Ekuivalen dengan $\frac{9}{12}$

$\frac{5}{6}$ Ekuivalen dengan $\frac{10}{12}$

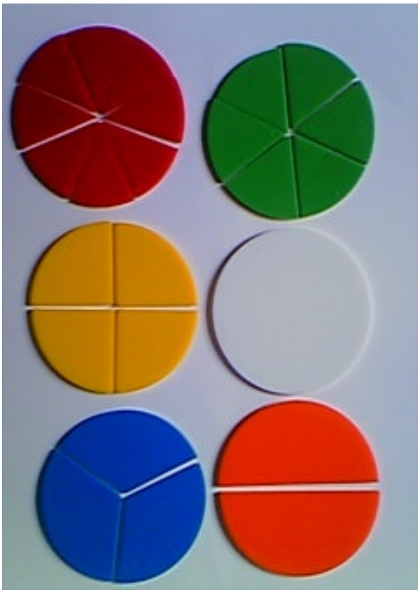
$\frac{1}{2}$ Ekuivalen dengan $\frac{6}{12}$

Karena 6 < 9 < 10, maka $\frac{6}{12} < \frac{9}{12} < \frac{10}{12}$ atau $\frac{1}{2} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$.

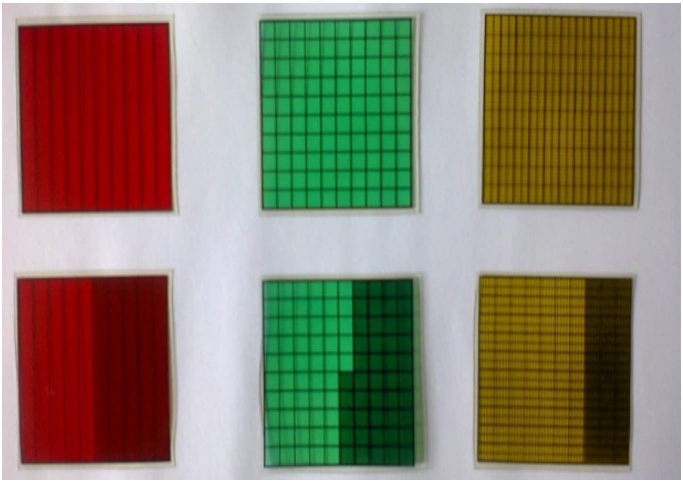
F. Alat-Alat Peraga Pecahan

1. Kartu pecahan dan decimal square

2. Pecahan Lingkaran



3. Decimal Square Transparant



Keterangan :

- Model pecahan berwarna merah menunjukkan pecahan persepuluhan
- Model pecahan berwarna hijau menunjukkan pecahan perseratusan
- Model pecahan berwarna kunig menunjukkan pecahan perseribuan

G. Sifat Operasi Hitung Pecahan

1. Penjumlahan Menggunakan Alat Peraga

Pengenalan operasi penjumlahan pada pecahan sebaiknya diawali dengan penjumlahan pecahan sederhana dan menggunakan alat peraga sederhana. Konsep penjumlahan pada bilangan pecahan pada dasarnya sama dengan konsep penjumlahan bilangan-bilangan yang lain, yaitu menggabungkan. Untuk langkah awal pengenalan penjumlahan pecahan adalah dengan menjumlahkan pecahan-

pecahan senama. Setelah konsep ini tertanam dengan baik, kemudian dilanjutkan dengan penjumlahan pecahan yang tidak senama dan pecahan campuran. Pada awal pembelajaran gunakan alat peraga, kemudian dilanjutkan dengan penjumlahan bantu anak untuk membuat generalisasi tentang penjumlahan pecahan secara umum. Berikut ini diberikan beberapa contoh:

a. Penjumlahan pada pecahan biasa dengan penyebut yang sama

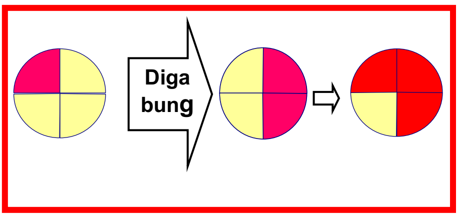
1) <u>Dengan melakukan operasi hitung</u>

   Contoh :

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{1+2}{4}=\frac{3}{4}$$

2) <u>Dengan menggunakan alat peraga pecahan lingkaran:</u>

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=$$



Cara penggunaan alat peraga pecahan lingkaran untuk memperagakan $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}$

a) Letakkanlah model pecahan $\frac{1}{4}$ dan model pecahan $\frac{2}{4}$ di atas meja,

b) Gabungkanlah kedua model pecahan tersebut sehingga hasilnya seperti gambar di atas.

c) Dari peragaan tersebut terbentuklah pecahan $\frac{3}{4}$

b. Penjumlahan pada pecahan biasa dengan penyebut yang tidak sama

1) <u>Dengan melakukan operasi hitung</u>

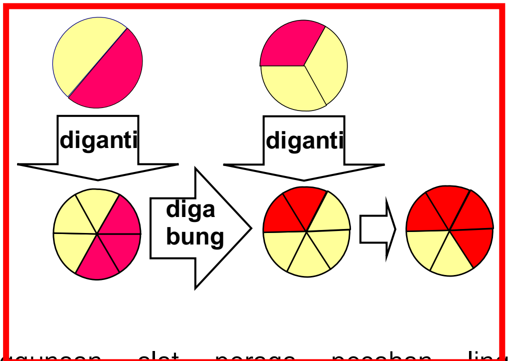
Contoh : $\frac{1}{3} + \frac{2}{4} = ...$

Untuk pecahan yang berpenyebut tidak sama, langkah pertama yakni menyamakan penyebutnya dengan mencari KPK dari penyebut pecahan tersebut. KPK dari 3 dan 4 adalah 12 (cara mencari KPK lihat di Bab FPB dan KPK) sehingga perhitungannya menjadi:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{4} = \frac{4}{12} + \frac{6}{12} = \frac{10}{12} = \frac{10:2}{12:2} = \frac{5}{6}$$

2) <u>Dengan menggunakan alat peraga pecahan lingkaran:</u>

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ...$$



Cara penggunaan alat peraga pecahan lingkaran untuk memperagakan

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

a) Letakkanlah model pecahan $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{3}$ di atas meja

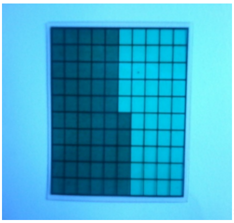
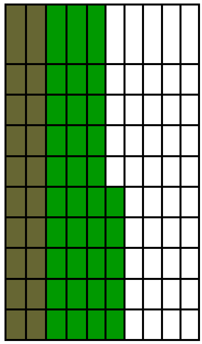
b) Gantilah model pecahan $\frac{1}{2}$ dengan model pecahan $\frac{3}{6}$ dan $\frac{1}{3}$ dengan model pecahan $\frac{2}{6}$

c) Gabungkanlah model pecahan $\frac{3}{6}$ dengan model pecahan $\frac{2}{6}$

d) Dari peragaan tersebut terbentuklah pecahan $\frac{5}{6}$

3) <u>Dengan menggunakan alat peraga decimal square transparant</u>

$$\frac{2}{10} + \frac{55}{100} =$$

 +  = 

Cara penggunaan alat peraga pecahan transparan untuk memperagakan $\frac{2}{10} + \frac{55}{100}$ adalah sebagai berikut:

a) Carilah pecahan transparan berwarna merah yang menunjukkan model pecahan $\frac{2}{10}$ dan pecahan transparan berwarna hijau yang menunjukkan model pecahan $\frac{55}{100}$

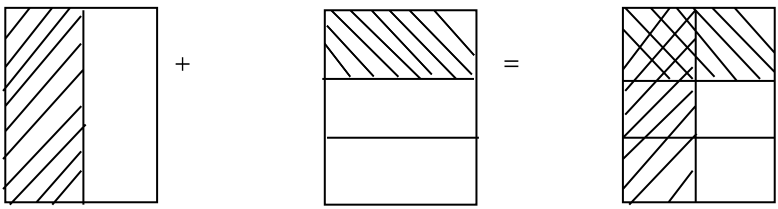
b) Tumpuklah kedua model pecahan tersebut

c) Hitunglah jumlah kotak kecil yang terarsir baik yang double atau pun tidak

d) Jumlah kotak kecil yang terarsir menunjukkan pembilang pecahan sedangkan jumlah seluruh kotak kecil (baik yang terarsir maupun tidak) menunjukkan penyebut pecahan

e) Dari peragaan tersebut terbentuklah pecahan $\frac{75}{100}$

4) Dengan menggambar model pecahan:



1. Gambarlah model pecahan $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{3}$ seperti gambar di atas
2. Jika kedua model pecahan tersebut digabung, maka akan terbentuk model pecahan seperti gambar di atas dengan hasil $\frac{5}{6}$

> Berapakah hasil dari penjumlahan pecahan $2\frac{5}{50} + 0,25 + 75\,\%$?

2. Pengurangan pada Pecahan

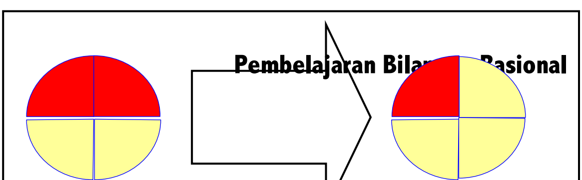
a. Pengurangan pada pecahan biasa dengan penyebut yang sama

1) Dengan melakukan operasi hitung

Contoh :

$\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

2) Dengan menggunakan alat peraga pecahan lingkaran



Keluarkan

1 bagian

Cara menggunakan alat peraga pecahan lingkaran untuk memperagakan $\frac{2}{4}$ - $\frac{1}{4}$

a) Letakkanlah model pecahan $\frac{2}{4}$ di atas meja

b) Keluarkanlah 1 bagian dari pecahan $\frac{2}{4}$

c) Dari peragaan tersebut terbentuklah pecahan $\frac{1}{4}$

b. Pengurangan pada pecahan biasa dengan penyebut yang tidak sama

1) <u>Dengan melakukan operasi hitung</u>

Contoh :

$\frac{2}{4}$ - $\frac{1}{5}$ =

Apabila penyebutnya tidak sama cari KPK dari penyebutnya itu. KPK dari 4 dan 5 adalah 20 (cara mencari KPK lihat di Bab FPB dan KPK) sehingga perhitungannya menjadi :

$$\frac{2}{4} - \frac{1}{5} = \frac{10}{20} - \frac{4}{20} = \frac{6}{20} = \frac{6}{20} : \frac{2}{2} = \frac{3}{10}$$

2) <u>Dengan menggunakan alat peraga pecahan lingkaran:</u>

Cara menggunakan alat peraga pecahan lingkaran untuk memperagakan $\frac{5}{8}$ - $\frac{1}{4}$

a) Letakkanlah model pecahan $\frac{5}{8}$ dan $\frac{1}{4}$ di atas meja

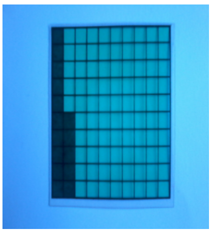
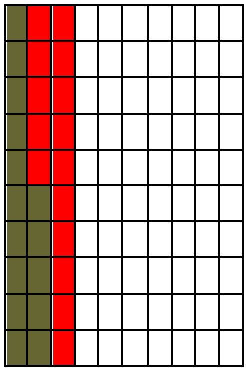
b) Gantilah model pecahan $\frac{1}{4}$ dengan model pecahan $\frac{2}{8}$

c) Keluarkanlah 2 bagian dari $\frac{5}{8}$

d) Dari peragaan tersebut terbentuklah pecahan $\frac{3}{8}$ sebagai hasil pengurangan pecahan tersebut

3) <u>Dengan menggunakan alat peraga decimal square transparant:</u>

$\frac{3}{10} - \frac{15}{100} = \ldots$


-

=


Cara menggunakan alat peraga pecahan transparan untuk memperagakan $\frac{3}{10}$ - $\frac{15}{100}$ adalah sebagai berikut:

a) Carilah pecahan transparan berwarna merah yang menunjukkan model pecahan $\frac{3}{10}$ dan pecahan transparan berwarna hijau yang menunjukkan model pecahan $\frac{15}{100}$

b) Tumpuklah kedua model pecahan tersebut

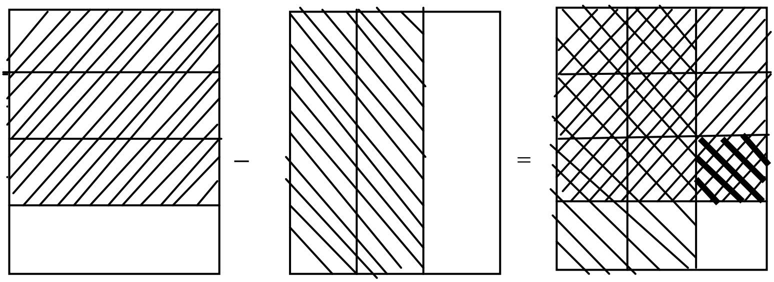
c) Hitunglah jumlah kotak kecil yang terarsir namun tidak memiliki pasangan

d) Jumlah kotak kecil yang terarsir namun tidak memiliki pasangan merupakan pembilang pecahan. Jumlah seluruh kotak kecil merupakan penyebut dari pecahan

e) Dari peragaan tersebut terbentuklah pecahan $\frac{15}{100}$

4) <u>Dengan menggambar model pecahan</u>

$\frac{3}{4}$ - $\frac{2}{3}$ = ...



1. Gambarlah model pecahan $\frac{3}{4}$ dan $\frac{2}{3}$ seperti gambar di atas
2. Jika kedua model pecahan tersebut digabung, maka akan terbentuk model pecahan seperti gambar di atas
3. Pecahan yang terarsir namun tidak memiliki pasangan (lihat arsiran yang tebal) merupakan pembilang dan jumlah seluruh kotak merupakan penyedehanaan
4. Sehingga akan terbentuk model pecahan $\frac{1}{12}$

Berapakah hasil dari pengurangan dari pecahan $2\frac{4}{10} - 0{,}12 - \frac{2}{5} - 1{,}3\ \%$?

3. Perkalian Pecahan

a. Dengan melakukan operasi hitung

Untuk perkalian pada pecahan, kalikanlah pembilang dengan pembilang serta penyebut dengan penyebut.

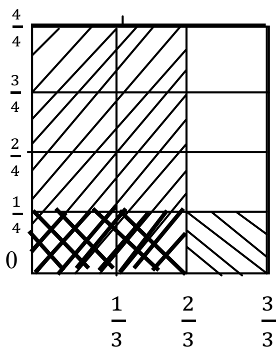
Contoh :

$\frac{4}{5} \times \frac{8}{6} = \frac{32}{30} = 1\,\frac{2}{30} = 1\,\frac{1}{15}$

Jadi, $\frac{4}{5} \times \frac{8}{6} = 1\,\frac{1}{15}$

b. Dengan menggambar model pecahan

Contoh 1 : $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \ldots$

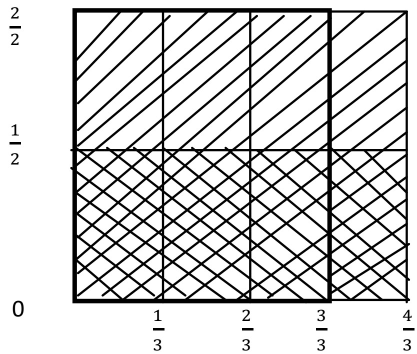


$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$ → Bagian yang double → Banyaknya kotak satuan

1) Gambarlah model pecahan $\frac{2}{3}$ dan $\frac{1}{4}$

2) Jika kedua model pecahan tersebut digabung maka akan tebentuk model pecahan seperti gambar di atas
3) Pecahan yang terarsir dengan double merupakan pembilang pecahan sedangkan banyaknya kotak satuan merupakan penyebut pecahan
4) Sehingga akan terbentuk model pecahan $\frac{2}{12}$

Contoh 2 : $\frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = \ldots$



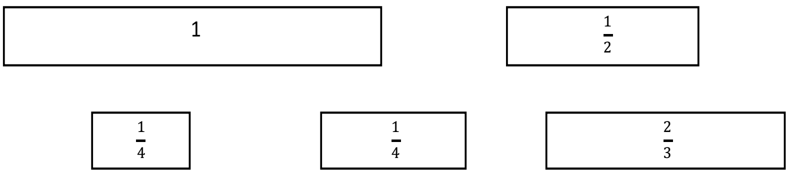
1) Gambarlah model pecahan $\frac{4}{3}$ dan $\frac{1}{2}$
2) Jika kedua model pecahan tersebut digabung maka akan terbentuk model pecahan seperti gambar di atas
3) Pecahan yang terarsir dengan double merupakan pembilang pecahan sedangkan banyaknya kotak satuan (lihat garis yang tebal $\frac{3}{3}$) merupakan penyebut pecahan
4) Sehingga akan terbentuk model pecahan $\frac{4}{6}$

4. Pembagian Pecahan

Banyak siswa mengalami kesulitan dalam operasi pembagian bilangan pecahan. Karena bilangan pecahan saja sulit dicerna, apalagi operasinya. Padahal pada dasarnya operasi pembagian pada bilangan pecahan sama dengan operasi pembagian pada abilangan cacah dan bilangan bulat. Yaitu a : b = ... pada dasarnya kita mencari bilangan c sedemikian sehingga b x c = a. berikut ini akan di berikan beberapa contoh pengajaran operasi pembagian pada bilangan pecahan.

a. Pembagian bilangan asli dengan bilangan pecahan

Pada pembelajaran ini kita gunakan kertas karton yang dipotong-potong berbentuk persigi panjang. Tetapkan satu ukuran pada sebagai patokan satuan. Misalnya persegi berikut sebagai karton satuan, yaitu karton ini mewakili bilangan 1 dan sisipkan beberapa karton yang panjangnya marupakan bagian dari karton satuan, misalnya karton setengahan, karton seperempatan, karton sepertigaannya dan karton dua pertigaan



1) Pembagian 1 oleh $\frac{1}{2}$

Siapkan satu karton satuan dan beberapa karton setengahan. 1 : $\frac{1}{2}$ artinya mencari banyaknya karton setengahan dalam satu karton satuan .yaitu ada berapa banyak karton setengahan yang jika di tempelkan (tanpa tumpang tindih dan tanpa jarak) dapat menutup semua karton satuan.

1

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Hasilnya ternyata ada dua karton setengahan yang dapat menutup satu karton satuan. Jadi, $1 : \frac{1}{2} = 2$

2) Pembagiaan 1 oleh $\frac{1}{3}$

Siapkan satu karton sitaan dan beberapa karton sepertigaan. $1 : \frac{1}{3}$ artinya mencari banyaknya karton sepertigaan dalam satu karton satuan. Yaitu ada berapa banyak karton sepertigaan yang jika ditempelkan (tanpa tumpang tindih) dapat menutup seluruh karton satuan.

1

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Hasilnya ternyata ada tiga karton sepertigaan yang dapat menutup satu karton satuan. Jadi $1 : \frac{1}{3} = 3$

3) Pembagian 2 oleh $\frac{1}{3}$

Siapkan dua karton satuan dan beberapa karton setengahan. $2 : \frac{1}{3}$ artinya mencari banyak karton sepertigaan dalam dua karton satuan. Yaitu ada berapa banyak karton sepertigaan yang di templeka (tanpa tumpang didih dan tanpa jarak) dapat menutup kedua karton satuan. Tempatkan dua karton satuan secara terpisah dan setiap karton satuan ditempeli karton sepertigaan tanpa jarak dan tumpang didih. Ternyata dalam setiap karton satuan memuat tiga karton sepertigaan.

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

1		1

Hasilnya ternyata ada enam kaarton sepertigaan yang dapat menutup dua karton satuan. Jadi 2 : $\frac{1}{3}$ = 6

b. Pembagian pecahan dengan pecahan

Contoh Pembagian $\frac{3}{4} : \frac{1}{3}$

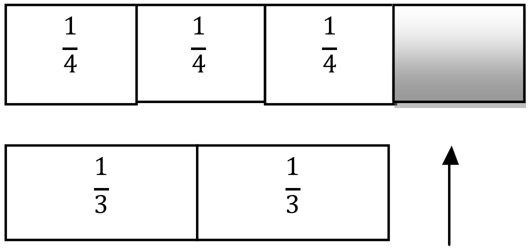
Siapkan satu karton tiga perempatan dan beberapa karton sepertigaan.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

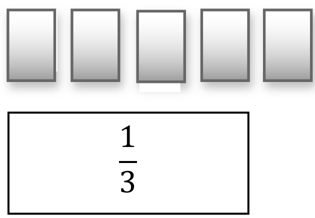
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Artinya $\frac{3}{4} : \frac{1}{3}$ adalah mencari benyaknya karton sepertigaan dalam satu karton tiga perempatan. **Ternyata dalam sebuah karton tiga perempatan termuat dua buah karton sepertigaan.** Tetapi masih ada sisanya. Sisa tersebut merupakan merupakan bagian dari karton tiga perempatan jika dibandingkan dengan dua buah karton sepertigaan.

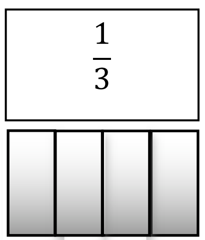
Jadi $\frac{3}{4} : \frac{1}{3}$ = 2 + sisa



Sekarang kita hitung sisa tersebut, yaitu dengan memotung sisa tersebut dan dibuat beberapa duplikatnya. Ambil juga sebuah karton sepertigaan.



Karton sepertigaan tersebut tutupi tanpa tumpang tindih dan tanpa jarak. Lakukan ini sehingga karton sepertigaan sepenuhnya dapat tertutup oleh karton sisa dan duplikatnya. Jika kita dampingkan hasil tersebut akan terlihat sebagai berikut.



Hasilnya ternyata ada empat karton sisa dan duplikatnya yang dapat menutupi sebuah karton sepertigaan. Jadi sisa tersebut sama dengan seperempat karton sepertigaan (pembagi). Jadi sisa = $\frac{1}{4}$

Dengan demikian $\frac{3}{4} : \frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$.

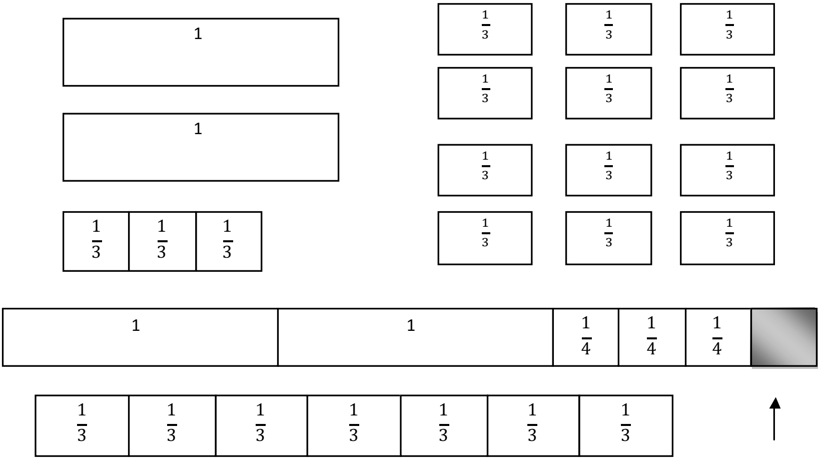
c. Pembagian pecahan campuran

Contoh Pembagian $2\frac{3}{4} : \frac{1}{3}$

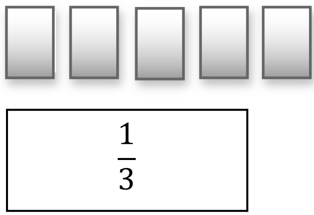
Karena $2\frac{3}{4}$ adalah pecahan campuran dengan bagian bulatnya 2 dan bagian pecahannya $\frac{3}{4}$, maka siapkan dua buah karton satuan, sebuah karton tiga perempatan dan beberapa karton sepertigaan.

Artinya $2\frac{3}{4} : \frac{1}{3}$ adalah mencari banyaknya karton sepertigaan dalam dua bauh karton satuan dan didalan sebuah karton tiga perempatan. Ternyata dalam dua buah kartonsatuan dan sebuah karton tiga perempatan **termuat delapan buah karton sepertigaan.** Tetapi masih ada sisanya.

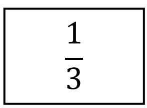
Jadi, $2\frac{3}{4} : \frac{1}{3} = 8 +$ sisa

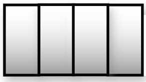


Sekarang kita hitung sisa tersebut, yaitu dengan memotong sisa tersebut dan dibuat beberapa duplikatnya. Ambil juga sebuah karton sepertigaan



Karton sepertigaan tersebut tutupi dengan sisa dan duplikatnya tanpa tumpang didih dan tanpa sela. Lakukan ini hingga karton sepertigaan tersebut sepenuhnya dapat tertutupi oleh karton sisa dan dupikatnya. Jika kita dampingikan haasil tersebut akan terlihat seperti berikut.





Hasilnya ternyata ada empat kartonsisa dan duplikatnya yang dapat menutup sebuah karton sepertigaan. Jadi sisa tersebut sama dengan seperempat karton sepertigaan (pembagi). Jadi sisa = $\frac{1}{4}$

Dengan demikian $2\frac{3}{4} : \frac{1}{3} = 8 + \frac{1}{4} = 8\frac{1}{4}$

BAB VI

Perpangkatan dan Penarikan Akar

A. Perpangkatan

Perpangkatan adalah perkalian berganda atau berulang dari suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri sebanyak jumlah pangkatnya. Pangkat dua disebut dengan kuadrat, hasil pangkat dua disebut bilangan kuadrat, sedangkan untuk pangkat tiga disebut kubik.

Contoh:

$a \times a = a^2 \xrightarrow{\text{dibaca}}$ a pangkat dua atau a kuadrat

$4 \times 4 = 4^2 \longrightarrow$ 4 pangkat dua atau 4 kuadrat

$b \times b \times b = b^3 \longrightarrow$ b pangkat tiga atau b kubik

$5 \times 5 \times 5 = 5^3 \longrightarrow$ 5 pangkat tiga atau 5 kubik

Cara cepat menentukan hasil perpangkatan kuadrat

Contoh 1:

$206^2 = \cdots$

$206^2 \longrightarrow$ 200 206 212

6 6

$206^2 = 200 \times 212 + 6^2$

$= (2 \times 212) \times 100 + 36$

$= 42400 + 36$

$= 42436$

Contoh 2:

$15^2 = \cdots$

$15^2 \longrightarrow$ 10 15 20

5 5

$15^2 = 10 \times 20 + 5^2$

$= 200 + 25$

$= 225$

B. Penarikan Akar

1. **Penarikan Akar Pangkat Dua**

Cara penarikan akar pangkat dua dapat dilakukan dengan beberapa cara:

a. Dengan cara langsung

b. Dengan cara faktorisasi prima

c. Dengan cara teknik calandra

Berikut penjelasan tentang cara penarikan akar pangkat dua tersebut.

a. Mencari akar pangkat dua dengan cara langsung

Ingat bilangan pangkat di bawah ini!

10^2 = 100	60^2 = 3.600
20^2 = 400	70^2 = 4.900
30^2 = 900	80^2 = 6.400
40^2 =1.600	90^2 = 8.100
50^2 = 2.500	100^2 = 10.000

Berdasarkan bilangan pangkat di atas dapat diperkirakan akar suatu bilangan dengan cepat. Caranya adalah:

1) Bilangan yang terletak antara 100 sampai 400 hasil akarnya pasti 10 + angka satuan
2) Bilangan yang terletak antara 400 sampai 900 hasil akarnya pasti 20 + angka satuan
3) Bilangan yang terletak antara 900 sampai 1.600 hasil akarnya pasti 30 + angka satuan
4) Dan seterusnya.

Contoh soal:

$\sqrt{324}$ = ...

1) 324 terletak diantara 100 sampai 400 maka hasil akarnya pasti 10 + angka satuan sehingga dapat ditulis $\sqrt{324}$ = 10 + ...
2) Perhatikan angka satuan dari 324. Bilangan kuadrat yang akhirannya 4 adalah 4 dari 2^2 = 2 × 2 dan juga 64 dari 8^2 = 2 × 2

Cek

3) $\sqrt{324}$ = 10 + 2 = 12 ._ ._ . . . (Jawaban Salah)

   $\sqrt{324}$ = 10 + 8 = 18 ⟶ 18×18 =324 (Jawaban Betul)

b. Mencari akar pangkat dua dengan faktorisasi prima

   Ingat rumus :

$$\sqrt{p} = \sqrt[2]{p^1} = p^{\frac{1}{2}}$$
$$\sqrt[b]{p^a} = p^{\frac{a}{b}}$$

Cont

$\sqrt{196}$ = ...

196 = $2^2 \times 7^2$

Maka $\sqrt[2]{196} = \sqrt[2]{2^2} \times \sqrt[2]{7^2} = 2^{\frac{2}{2}} \times 7^{\frac{2}{2}} = 2^1 \times 7^1 = 14$

c. Mencari akar kuadrat dengan teknik Calandra

1) Kelompokkan angka 361 menjadi dua bagian, dua angka dari belakang, sisanya 1 angka, menjadi 3 dan 61

$$\sqrt{3\,61} = 19$$

	$\sqrt{3\,61}$ = 19
1×1	$= 1$ -
+	
$2 \ldots \times \ldots$	$= 2\,61$
$2\underline{9} \times 2\underline{9}$	$= 2\,61$ -
	0

2) Cari bilangan kuadrat yang mendekati atau sama dengan 3, didapat 1 (kalau 2 hasilnya 4, melewati)

3) Tulis 1 x 1 didapat 1, kurangi dengan 3, sisa 2

4) Turunkan 61 menjadi 261

   Angka 1 dijumlahkan, 1 + 1 = 2

5) Tentukan pasangan bilangan yang memenuhi 2... x ...= 261

   nilainya sama

6) Kuadrat yang hasil belakangnya 1 adalah 1 dan 9 (21 x 1 = 21)

   tidak memenuhi

7) Didapat angka 9, karena 29 x 9 = 261, jadi Hasil dari $\sqrt{361}$ = 19

2. Penarikan Akar Pangkat Tiga

Cara penarikan akar pangkat tiga dapat dilakukan dengan beberapa cara:

a. Dengan cara langsung

b. Dengan cara faktorisasi prima

Berikut penjelasan tentang cara penarikan akar pangkat tiga tersebut.

a. Mencari akar pangkat tiga dengan cara langsung

Urutkan bilangan pangkat tiga seperti daftar di bawah ini.

$1^3 = 1$	$10^3 = 1.000$
$2^3 = 8$	$20^3 = 8.000$
$3^3 = 27$	$30^3 = 27.000$
$4^3 = 64$	$40^3 = 64.000$
5^3 125	$50^3 = 125.000$
$6^3 = 216$	$60^3 = 216.000$
$7^3 = 343$	$70^3 = 343.000$
$8^3 = 512$	$80^3 = 512.000$

Berdasarkan bilangan pangkat di atas, dapat diperkirakan suatu bilangan dengan cepat. Caranya adalah:

1) Bilangan yang terletak antara 1.000 sampai 8.000 hasil akarnya pasti 10 + angka satuan.
2) Bilangan yang terletak antara 8.000 sampai 27.000 hasil akarnya pasti 20 + angka satuan.
3) Bilangan yang terletak antara 27.000 sampai 64.000 hasil akarnya pasti 30 + angka satuan.
4) Dan seterusnya.

Contoh Soal:

$\sqrt[3]{19.683}$ = ...

1) 4.096 terletak diantara 8.000 sampai 27.000 maka hasil akarnya pasti 20 + angka satuan sehingga dapat ditulis $\sqrt[3]{19.683}$ = 20 + ...
2) Perhatikan angka satuan dari 19.683. Bilangan kubik yang akhirannya 3 adalah 343 dari 7^3 = 7× 7 × 7
3) $\sqrt[3]{19.683}$ = 20 + 7 Cek ‹ 27 × 27 = 19.683

b. Mencari akar pangkat tiga dengan cara faktorisasi prima

$$\sqrt{p} = \sqrt[3]{p^1} = p^{\frac{1}{3}}$$
$$\sqrt[b]{p^a} = p^{\frac{a}{b}}$$

Contoh Soal:

1) $\sqrt[3]{125}$ = ...

125 = 5^3

Maka $\sqrt[3]{125}$ = $\sqrt[3]{5^3}$ =$5^{\frac{3}{3}}$ = 5^1 = 5

2) $\sqrt[3]{4.096}$ = ...

   4096 = 2^{12}

   Maka $\sqrt[3]{4.096}$ = $\sqrt[3]{2^{12}}$ =$2^{\frac{12}{3}}$ = 2^4 = 16

DAFTAR PUSTAKA

Darhim, dkk.1992. *Pendidikan Matematika 2*. Jakarta: Depdikbud Dikti

Gultom, Syawal. 2012. *Teori Belajar dalam Pembelajaran Matematika.* Buku TOT. Diklat Pasca UKA Matematika.

Karim, Muchtar A, dkk.1996.*Pendididkan Matematika I*.Jakarta:Depdikbud Dikti

Saptorini, Koeshartati. 2009. *Ringkasan Matematika SD*. Bandung: Kaifa

Sutamdjaja,Akbar dkk.1992.*Pendidikan Matematika 3*. Jakarta: Depdikbud Dikti

Sutarinah, Sri. 2006. *Inovasi Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar*. Jakarta: DPN, Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi

Tiro, Muhammad Arif, dkk. 2008. *Pengenalan Teori Bilangan*. Makassar: Andira Publisher.

BIODATA PENULIS

Latri Aras dilahirkan pada tanggal 30 Juni 1962 di Kabupaten Bone, merupakan anak dari M. Aras dan Fatmawati. Pendidikan penulis tercatat di SD Negeri 1 Sungguminasa, SMP Negeri 1 Sungguminasa yang berada di Kabupaten Gowa, dan SMA PPSP IKIP Ujung Pandang. Penulis meraih gelar sarjana pendidikan bidang Olahraga Kepelatihan di IKIP Ujung Pandang pada Tahun1986. Selanjutnya pada tahun 1995 penulis tercatat meraih gelar sarjana pendidikan Matematika SD di IKIP Malang dan Magister Pendidikan Matematika SD di PPs UM Malang pada tahun 2004.

Penulis adalah dosen PGSD FIP UNM Makassar. Sebagai akademisi, penulis aktif dalam seminar dan symposium nasional dan internasional. Penulis juga merupakan Narasumber dan Instruktur Nasional. Beberapa kegiatan yang pernah penulis ikuti adalah Reviewer PTK Dosen di Jogjakarta, Asesor Sertifikasi Guru di Universitas Negeri Makassar, Instruktur Nasional Kurikulum 2013 di Jakarta, Narasumber Nasional Guru Pembelajar di Surabaya, dan Matematika Realistik di Jakarta. Salah satu buku yang telah dipublikasikan sebelumnya adalah buku yang berjudul “Olimpiade Matematika di SD”