Fuzzy Linear Progaming Dalam Optimalisasi Pelayanan Air Bersih Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Kab. Jeneponto Menggunakan Metode Sabiha

Irham Aryandi Basir[1, a)], Wahidah Sanusi[1, b)], dan Sukarna[1, c)]

[1]*Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Makassar, 90224*

[a)]irham.basir@live.com
[b)]wahidah.sanusi@unm.ac.id
[c)]sukarna@unm.ac.id

Abstrak. *Fuzzy* linear programing merupakan pengembangan model program linear dalam menentukan nilai optimal yang mengandung bilangan fuzzy. Metode yang dapat digunakan dalam menyelesaikan *fuzzy* linear programing yaitu metode Sabiha. Penggunaan metode Sabiha didasarkan pada bilangan linear fuzzry real yang berbentuk bilangan triplet. Pada penelitian ini digunakan model *Fuzzy* linear programing dalam menentukan nilai optimal pelayanan PDAM Kab. Jeneponto dengan metode sabiha. Fungsi tujuan yang akan dioptimalkan yaitu jumlah perlanggan berdasarkan jenis pelanggan . Dengan fungsi kendala yaitu jumlah permintaan air, jumlah pendapatan penjualan air dan jumlah pelanggan. Dari hasil penyelesaian model diperoleh penyelesaian yang optimal total pelanggan 9075,999999999990. Untuk setiap variabel tujuan dengan nilai optimal 8896, 999999999990 untuk jenis pelanggan rumah tangga, 96,0000000000112 untuk jenis pelanggan sosial khusus, dan 82,9999999999982 untuk jenis pelanggan sosial umum. Dengan total pendapatan optimal Rp. 4.753.125.000 dan total permintaan air 1.082.303 m^3.

Kata Kunci : Program Linear, Fuzzy Linear Programing, Metode Sabiha, Optimalisasi, PDAM

Abstract. *Linear fuzzy programing is advance model for linear programing to determining optimal values which containing fuzzy numbers. Methods can be used to solve Linear fuzzy programing that is Sabiha's method. That is based on real linear fuzzy numbers in the form of triplet numbers. In this research, linear fuzzy programing model used to determining the optimal solution on operation planning in PDAM Kab. Jeneponto using Sabiha's method, to compile each indicator of the objective function that will be optimized of customers . With contraint function are the water demand, water sales revenue and customers. From the results of this research the model optimal solution for each objective variable was obtained with an optimal value for total costumer are 9075,999999999990 of 8896, 999999999990 for the type of household customer, 96,0000000000112, for the type of special social customer, and 82,9999999999982 for the type of public social costumer. With an optimal total income Rp. 4,753,125,000 and total water demand 1,082,303 m^3.*

Keywords: Program Linear, *Linear Fuzzy Programing, Sabiha's Method, Optimalization, PDAM*

PENDAHULUAN

Program linear (PL) merupakan bentuk pemodelan matematika yang sering digunakan dalam masalah pengambilan keputusan dengan mengoptimalkan sumber daya yang terbatas (Sabiha & Zaki. 2010). Berdasarkan penelitian Eky, Irawanto, dan Ratnasari (2016) dimana untuk mendapatkan hasil dari program linier tersebut maka setiap masalah yang dihadapi harus diubah kedalam simbol-simbol matematika tertentu, dengan kata lain masalah-masalah yang di dunia nyata akan ditunjukkan kedalam bentuk abstrak yang mendekati keadaan sebenarnya. Secara khusus dijelaskan oleh Tiro dan Bernard (2015) bahwa PL digunakan untuk menyelesaikan kendala-kendala persamaan linear kedalam bentuk optimalisasi. Perlu diketahui bahwa penggunaan PL terbatas hanya pada kasus dengan data-data yang yang pasti, sehingga pada tahun

1970 Bellman dan Zadeh memperkenalkan konsep himpunan samar (*Fuzzy*) dalam pengambilan keputusan.

Teori himpunan samar pertama kali diperkenalkan oleh Zadeh pada tahun 1965, yaitu himpunan yang memiliki batas-batas yang tidak jelas. Keanggotaan pada himpunan samar bukan dinyatakan dengan 'ya' atau 'tidak' melainkan dengan derajat keanggotaan (George & Yuan, 1995). Selain itu Bellman dan zadeh juga berpendapat bahwa *fuzzy mathematical programming* merupakan pengaplikasian dari himpunan samar sedangkan *mathematical programming* ialah pendeketan terhadap *linier programming, non linier programming*, *goal programming* dan *dynamic linier programming* (Abdullah & Abidin, 2014). Konsep himpunan samar merupakan suatu konsep mendasar dalam cabang ilmu matematika, konsep-konsep himpunan tersebut muncul secara eksplisit dan implisit dalam setiap cabang matematika (Abdy, 2008). Penggunaan konsep himpunan samar dalam program linier didasarkan atas timbulnya masalah yang memiliki koefisien kendala yang tidak pasti, ketidak pastian ini dikarenakan koefisiennya tidak berbentuk probabilistik, sehingga pengunaan himpunan samar dan PL dalam model pengambilan keputusan disebut sebagai *Fuzzy Linear Programing (FLP)*

Penggunaan FLP dalam pengambilan keputusan didasarkan terhadap masalah-masalah linier yang masih memiliki keterkaitan dengan program linier yang mengandung *fuzzy constrains* atau fungsi tujuan *crisp* atau fungsi tujuan *fuzzy* yang mengandung *crisp constraints* (Sabiha & Zaki. 2010). Penelitian Kusumadei dan Purnomo (2010) menjelaskan bahwa FLP merupakan suatu model yang dapat digunakan unutk mencari solusi optimum fungsi objektif (Z) dengan mengoptimalkan nilai kendala-kendala yang telah dimodelkan kedalam bentuk himpunan samar (Kusumadewi & Purnomo. 2010).

Beberapa penelitian telah menggunakan model FLP (Abdullah & Abidin, 2014; Eky, Irwanto, & Ratnasari, 2016). Abdullah dan Abidin (2014) mengunakan model FLP dalam menentukan nilai optimal produksi daging. Sedangkan pada penelitian ini digunakan model FLP dalam menentukan nilai optimal pelyanan air bersih PDAM Jeneponto. Adapun penelitian Eky, Irwanto dan Ratnasari (2016) yaitu mencari solusi dari sebuah FLP dengan bilangan *Fuzzy Linear Real (LFR)* menggunakan metode sabiha, yang selanjutnya digunakan sebagai metode penyelesaian FLP pada penelitian ini.

Metode Sabiha merupakan hasil modifikasi menggunakan teknik dua fase dengan mengubah bentuk umum matriks triplet menjadi tiga matriks *single* (tunggal), yang dilakukan sebelum iterasi fase pertama sampai akhir dari iterasi fase kedua (Eky, Irwanto dan Ratnasari. 2016). Dalam kehidupan nyata metode sabiha ini lebih mendekati pada situasi dimana nilai "optimum crisp" tidak diketahui secara jelas, tetapi memiliki hasil yang optimum (Sabiha & Zaki. 2010).

TINJAUAN PUSTAKA

Teori Himpunan Samar

Definisi 1 (Rogers & Yuan, 1995)

Jika terdapat himpunan A dalam himpunan Semesta U yang didefinisikan sebagai himpunan samar maka fungsi keanggotaan $\mu_A(x)$ untuk setiap $x \in U$ bilangan real, adalah nilai dalam interval $[0,1]$, $\mu_A(x) \to [0,1]$, untuk $\mu_A(x)$ menyatakan derajat keanggotaan x di dalam A.

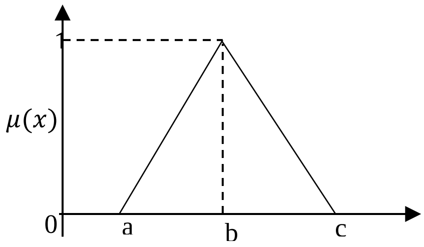
Linear Fuzzy Real Number (LFR)

Definisi 2 (Rogers dan Jun, 2008)

Bilangan samar riil atau *LFR* didefinisikan sebagai triple bilangan real (a,b,c) dimana $a \leq b \leq c$ dengan

a) $\mu(x)$ = 1 jika x=b
b) $\mu(x)$ = 0 jika $x \leq$ atau $\geq c$
c) $\mu(x) = \frac{x-a}{b-a}$ jika $a < x < b$
d) $\mu(x) = \frac{c-x}{c-b}$ jika $b < x < c$

Diasumsikan bahwa terdapat data bersifat triple bilangan rill (a, b, c) dengan $a \leq b \leq c$ sesuai Definisi 2. diartikan sebagai bilangan *LFR* $= \mu = \mu(a,b,c)$ yang dapat diilustrasikan dengan Gambar 1 berikut:



GAMBAR 1. Bilangan *LFR*

Operasi Bilangan *LFR*

Berikut beberapa syarat operasi perhitungan pada bilangan LFR

Penjumlahan
Jika terdapat bilangan *LFR* $\mu_1 = (a_1, b_1, c_1)$ dan μ_2=(a_2, b_2, c_2), maka

$\mu_1 + \mu_2 = \mu(a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2)$.

Pengurangan
Untuk operasi pengurangan adalah sebagai berikut
$\mu_1 = (a_1, b_1, c_1)$ dan μ_2=(a_2, b_2, c_2). Jika $-\mu_2(a, b, c)$= μ_2 $(-c, -b, -a)$ d

$\mu_1 + \mu_2 = \mu(a_1 - a_2, b_1 - b_2, , c_1 - c_2)$.

Perkalian
Diberikan bilangan *LFR* yaitu $\mu_1 = (a_1, b_1, c_1)$ dan μ_2=$\mu(a_2, b_2, c_2)$, maka

$\mu_1 \cdot \mu_2$ = (min{a_1a_2,a_1c_2,a_2c_1, c_1c_2}, b_1b_2, max{a_1a_2, a_1c_2, a_2c_1, c_1c_2}).

Jadi jika $\mu_i = (a_i, b_i, c_i)$ untuk i = 1,2,3, maka

$\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3$=(min{$a_1a_2a_3$,..., $c_1c_2c_3$}, $b_1b_2b_3$, max{$a_1a_2a_3$,..., $c_1c_2c_3$}).

Dengan demikian berlaku $\mu \cdot (1) = \mu$ untuk setiap $\mu \in LFR$.

Pembagian

Diberikan bilangan *LFR* yaitu μ_1 = (a_1, b_1, c_1) dan μ_2=μ(a_2, b_2, c_2), maka

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \mu_1 \cdot \frac{1}{\mu_2}$$

Dimana,

$$\frac{1}{\mu_2} = \mu\left(\min\left(\frac{1}{a_2}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{c_2}\right), median\left(\frac{1}{a_2}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{c_2}\right), \max\left(\frac{1}{a_2}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{c_2}\right)\right)$$

Dengan demikian untuk (a, b, c), jika $0 < a \le b \le c$ maka

$$\frac{1}{\mu} = \mu\left(\frac{1}{c}, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}\right)$$

Bentuk Umum FLP

Model FLP memiliki tiga unsur utama yaitu variabel keputusan, fungsi objektif, kendala utama. Bentuk umum model FLP (Kumar 2010).

Fungsi tujuan

$$\max\ (or\ minimum)\ \sum_{j=1}^{n} \mu C_j X_j$$

Dengan fungsi kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} \mu A_{ij} X_j \le, =, \ge \mu B_i \qquad X_1\, X_2, \ldots, X_n \ge 0$$

Dimana,

X_j	: Variabel keputusan
C_j	: Koefisien biaya
B_i	: Suku tetap kendala utama
A_{ij}	: Koefisien fungsi kendala

Metode Sabiha

Metode Sabiha terdiri dari dua fase

Fase pertama

a. Mengubah rincian teknis dari permasalahan PL ke dalam bentuk pertidaksamaan *fuzzy* dan menjadikannya sebagai pernyataan sehingga dapat diperoleh fungsi objektif dan kendala dalam bentuk *fuzzy*.
b. Mengubah setiap kendala sedemikian sehingga ruas kanan pada setiap kendala berharga non negatif. Langkah ini mengharuskan setiap kendala dengan ruas kanan yang bernilai negatif dikalikan dengan -1.
c. Mengubah setiap pertidaksamaan kendala ke dalam bentuk baku, yaitu jika kendala *i* berbentuk ≤ maka ditambahkan variabel *slack*/kelonggaran (*si*) pada ruas kiri. Jika kendala *i* berbentuk ≥ maka dikurangi variabel *excess (ei)* atau variabel *surplus* (*si*) pada ruas kiri.
d. Menambahkan variabel *artificial* (semu) yang diperlukan dari tipe masalah dengan kendala "=" atau "≥" untuk memperoleh penyelesaian basis fisibel awal.
e. Membentuk fungsi objektif baru dengan meminimumkan penjumlahan variabel semu terhadap kendala semula yang sudah dibawa ke bentuk baku dan sudah ditambah variabel semu (10).

R = penjumlahan dari semua variabel semu

$$R = \sum_{i=1}^{j} R_i \tag{10}$$

f. Memodifikasikan bentuk umum untuk disesuaikan dengan "matriks triplet", sedemikian sehingga satu matriks dari matriks triplet dipecah menjadi tiga matriks *single* (tunggal). Oleh karena itu kita pisahkan (μij) = (A, B, C), dimana A = (aij), B = (bij), dan C = (cij).
g. Mencari penyelesaian basis fisibel awal dari persamaan dengan langkah iterasi [1]. Langkah iterasi memiliki tiga bagian:
    1) Menentukan *Entering Variable (EV)*, yaitu variabel yang masuk menjadi basis dengan cara mencari variabel non basis pada persamaan yang memiliki harga negatif terbesar untuk masalah maksimum dan harga positif terbesar untuk masalah minimum.
    2) Menentukan *Leaving Variable (LV)*, yaitu variabel basis yang akan keluar dengan cara membandingkan harga ruas kanan (μbi) dengan harga koefisien pada variabel yang terpilih menjadi basis baru pada setiap persamaan ke-i (i = 1,2, … , j), yang dipilih adalah yang paling minimum. Selanjutnya perpotongan antara EV dan LV dapat disebut sebagai elemen pivot.
    3) Menentukan solusi baru dengan melakukan operasi eliminasi Gauss, dengan menjadikan setiap harga pada variabel baru menjadi nol dan elemen pivot menjadi 1.

    Jika nilai optimal dari fungsi objektif tersebut positif (R > 0) maka PLF mempunyai solusi yang tidak fisibel sehingga mengakhiri proses
h. Jika nilai optimal dari fungsi objektif tersebut sama dengan nol (R = 0) maka PLF mempunyai solusi fisibel sehingga dapat dilanjutkan ke fase kedua.

Fase Kedua

Menggunakan solusi fisibel dari fase I yaitu penyelesaian fisibel awal (menjadi tabel awal) untuk permasalahan awal yang sesungguhnya dengan mensubstitusikan persamaan yang diperoleh dari fase I ke dalam persamaan fungsi tujuan awal sehingga diperoleh persamaan fungsi tujuan baru dengan kendalanya adalah persamaan yang diperoleh dari fase I lalu dilakukan iterasi untuk mendapatkan solusi optimal.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian terapan dengan menggunakan model FLP, bertujuan untuk mengetahui nilai optimal pelayanan air bersih PDAM Jeneponto ditinjau dari jumlah pelanggan optimal. Jenis data yang digunakan adalah jumlah pelanggan, jumlah permintaan air dan jumlah pendapatan perencanaan pelayanan PDAM Jeneponto tahun 2017. Variabel keputusan yang digunakan adalah jenis pelanggan Rumah Tangga (X_1), Sosial Umum (X_2) dan Sosial Khusus (X_3). Adapun metode yang digunakan yaitu metode Sabiha yang terdiri dari dua fase.

Fase pertama yaitu membentuk model FLP, mengubah FLP kedalam bentuk baku, menentukan fungsi tujuan semu, membentuk tabel simpleks setiap fungsi kedala FLP dengan fungsi tujuan semua.

Fase kedua yaitu menjadikan solusi pada tabel simpleks akhir fase pertama, sebagai tabel simpleks awal pada fase kedua dengan menggunakan fungsi tujuan awal.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data Penelitian

Mengumpulkan data jumlah pelanggan, jumlah permintaan air, dan jumlah pendapatan penjualan air bersih untuk kurun waktu Januari hingga Desember 2017 dari empat wilayah operasional PDAM Kab. Jeneponto yang dapat dilihat pada Tabel 1.

TABEL 1. Data Permintaan, Pendapatam dan Jumlah Pelanggan tahun 2017

Jenis Pelanggan	Permintaan Air	Pendapatan	Jumlah Pelanggan
X_1	1048582	4651970375	8897
X_2	13152	46515625	96
X_3	20569	54639000	83
Total	**1082303**	**4753125000**	**9076**

Sumber: PDAM Kab. Jeneponto

Pada Tabel 1 diketahui data jumlah pelanggan teritinngi yaitu jenis pelanggan Rumah Tangga dengan jumlah pelanggan 8897 unit pemasangan, sedangkan data jumlah pelanggan terendah pada jenis pelanggan Sosial Umum dengan 83 unit pemasangan. Selanjutnya dari data Tabel 1 dijadikan dasar untuk menentukan koefisien untuk setiap fungsi kendala.

TABEL 2. Nilai Minimum dan Maksimum Permintaan Air, Pendapatan dan Jumlah Pelanggan Setiap Variabel

Jenis Pelanggan	Permintaan Air	
	Minimum	**Maksimum**
X_1	769368	1182924
X_2	10500	15072
X_3	15336	22944
Total	**795204**	**1220940**
Jenis Pelanggan	**Pendapatan**	
	Minimum	**Maksimum**
X_1	3428178000	5321121000
X_2	35119500	54912000
X_3	41745600	60933600
Total	**795204**	**1220940**
Jenis Pelanggan	**Jumlah Pelanggan**	
	Minimum	**Maksimum**
X_1	8897	8897
X_2	96	96
X_3	83	83
Total	**9076**	**9076**

Nilai minimum dan maksimum pada Tabel 2 digunakan untuk menentukan batas bawah dan batas atas sesuai dengan definisi 2. Yang selanjutnya akan digunakan sebgaia koefesien dari FLP

Koefisien FLP

Berdasarkan nilai minimum dan maksimum pada Tabel 2 dan memperhatikan Definisi 2 maka diperoleh koefisien FLP sesuai dengan Tabel 3.

TABEL 3. Koefesien Fungsi Kendala FLP

	Permintaan Air		
X_j	**A**	**B**	**C**
X_1	86,4750	117,8579	132,9576
X_2	109,3750	137	157
X_3	184,7711	247,8193	276,4337
	Penjualan Air		
X_j	**A**	**B**	**C**
X_1	385318,4219	522869,5487	598080,3642
X_2	365828,1250	484537,7604	572000
X_3	502959,0361	658301,2048	734139,7590
	Jumlah Pelanggan		
X_j	**A**	**B**	**C**
X_1	1	1	1
X_2	1	1	1
X_3	1	1	1

Tabel 3 merupakan koefisen-koefisien yang digunakan dalam model FLP yang telah terbagi kedalam tiga bilangan tirplet A, B, dan C dimana untuk nilai ketiga bilangan triplet ini didapatkan dengan membagi setiap indikator variabel Tabel 1 dan Tabel 2 dengan nilai jumlah pelanggan pada Tabel 2. Proses selanjutnya akan mengukuti langkah-langkah prosedur dari optimalisasi FLP menggunakan metode Sabiha

Prosedur Optimalisasi FLP Menggunakan Metode Sabiha

Membentuk model umum FLP dengan menggunakan koefisien pada Tabel 3 sehingga diperoleh fungsi objektif/tujuan dengan mengusahakan semaksimal mungkin jumlah pelanggan untuk setiap variabel keptusan

Fungsi tujuan

Maksimum : $Z = \mu X_1 + \mu X_2 + \mu X_3$

Dengan Fungsi kendala

$$\mu(86.4750\,,117.8679\,,132.9576)X_1 + \mu(109.3750\,,137\,,157)X_2 + \mu(184.7711\,,247.8193\,,276.4337)X_3 = \mu(795204\,,1082303\,,1220940)$$

$$(385318.4219\,,522869.5487\,,598080{,}3642)X_1 + \mu(365828.1250\,,484537{,}7604\,,572000)X_2 + \mu(502959.0361\,,658301.2048\,,734139.7590)X_3 = \mu(350543100\,,4753125000\,,5436966600)$$

$$\mu(1\,,1\,,1)X_1 + \mu(1\,,1\,,1)X_2 + \mu(1\,,1\,,1)X_3 = \mu(9076\,,9076\,,9076)$$

Model umum FLP selanjutnya akan dibentuk kedalam model FLP baku dengan menambahkan variabel Semu untuk setiap fungsi kendala.

Bentuk Baku FLP

Berdasarkan bentuk umum FLP maka setiap fungsi kendala diubah ke dalam bentuk baku, yaitu jika kendala berbentuk ≤ maka ditambahkan variable *slack* (*si*) pada ruas kiri. Jika kendala berbentuk ≥ maka dikurangi variabel *excess (ei)* atau variabel *surplus* (*si*) pada ruas kiri, serta

Menambahkan variabel *artificial* (semu) (R_i) yang diperlukan dari tipe masalah dengan kendala "=" atau "≥" untuk memperoleh penyelesaian basis.

$$\mu(86.4750\,,117.8679\,,132.9576)X_1 + \mu(109.3750\,,137\,,157)X_2 + \mu(184.7711\,,247.8193\,,276.4337)X_3 + R_1 = \mu(795204\,,1082303\,,1220940)$$

$$(385318.4219\,,522869.5487\,,598080{,}3642)X_1 + \mu(365828.1250\,,484537{,}7604\,,572000)X_2 + \mu(502959.0361\,,658301.2048\,,734139.7590)X_3 + R_2 = \mu(350543100\,,4753125000\,,5436966600)$$

$$\mu(1\,,1\,,1)X_1 + \mu(1\,,1\,,1)X_2 + \mu(1\,,1\,,1)X_3 + R_3 = \mu(9076\,,9076\,,9076)$$

Membentuk Fungsi Tujuan Semu (R)

Membentuk fungsi objektif/tujuan baru dengan memaksimalkan penjumlahan variabel semu terhadap kendala semula yang sudah dibawa ke bentuk baku dan sudah ditambah variabel semu (10). Karena pada penelitian yang dilakukan adalah memaksimalkan pelayanan maka bentuk baru fungsi tujuan dengan melakukan penguranan dari setiap variabel semu.

$$R = \sum_{i=1}^{j} -R_i$$
$$R = -R_1 - R_2 - R_3$$

Sehingga, dengan merujuk prinsip operasi pengurangan pada bilangan LFR diperoleh:

$$R = -(\mu(795204\,,1082303\,,1220940) - \mu(86.4750\,,117.8679\,,132.9576)X_1 - \mu(109.3750\,,137\,,157)X_2 - \mu(184.7711\,,247.8193\,,276.4337)X_3) - (\mu(350543100\,,4753125000\,,5436966600) - (385318.4219\,,522869.5487\,,598080{,}3642)X_1 - \mu(365828.1250\,,484537{,}7604\,,572000)X_2 - \mu(502959.0361\,,658301.2048\,,734139.7590)X_3) - (\mu(9076\,,9076\,,9076) - \mu(1\,,1\,,1)X_1 - \mu(1\,,1\,,1)X_2 - \mu(1\,,1\,,1)X_3)$$

$$R = -\mu(3505847380, 4754216379\,,5438196616) + \mu(385405.8969\,,522988.4067\,,598214.3218)X_1 + \mu(365938{,}5\,,484675.7604\,,572158\,)X_2 + \mu(503144.8072\,,658550.0241\,,734417.1928)X_3$$

$$\mu(385405.8969\,,522988.4067\,,598214.3218)X_1 + \mu(365938{,}5\,,484675.7604\,,572158\,)X_2 + \mu(503144.8072\,,658550.0241\,,734417.1928)X_3 + R = -\mu(3505847380, 4754216379\,,5438196616)$$

Tabel Simpleks Metode Sabiha

TABEL 4. Nilai Simpleks awal metode Sabiha Fase I

		μ X_1	**μ X_2**	**μ X_3**	**R_1**	**R_2**	**R_3**	**μB_i**
A	**R**	-385405,8969	-365938,5	-503144,8072	0	0	0	-3505847380
	R_1	86,4750	109,3750	184,7711	1	0	0	795204
	R_2	385318,4219	365828,1250	502959,0361	0	1	0	3505043100
	R_3	1	1	1	0	0	1	9076
		μ X_1	**μ X_2**	**μ X_3**	**R_1**	**R_2**	**R_3**	**μB_i**
B	**R**	-522988,4067	-484675,7604	-658550,0241	0	0	0	-4754216379
	R_1	117,8579	137	247,8193	1	0	0	1082303
	R_2	522869,5487	484537,7604	658301,2048	0	1	0	4753125000
	R_3	1	1	1	0	0	1	9076
		μ X_1	**μ X_2**	**μ X_3**	**R_1**	**R_2**	**R_3**	**μB_i**
C	**R**	-598214,3218	-572158	-734417,1928	0	0	0	-5438196616
	R_1	132,9576	157	276,4337	1	0	0	1220940
	R_2	598080,3642	572000	734139,759	0	1	0	5436966600
	R_3	1	1	1	0	0	1	9076

Tabel 4 merupakan memodifikasikan bentuk baku FLP kedalam tabel simpleks metode sabiha untuk disesuaikan dengan “matriks triplet”, sedemikian sehingga satu matriks dari matriks triplet dipecah menjadi tiga matriks *single* (tunggal). Oleh karena itu kita pisahkan (μ_{ij}) = (A, B, C), dimana A = (a_{ij}), B = (b_{ij}), dan C = (c_{ij})

TABEL 5. Tabel Simpleks Iterasi 0 Fase I

		µ X1	**µ X2**	**µ X3***	**R1**	**R2**	**R3**	**µBi**	**Rasio**
A	**R**	-385405.8969	-365938.5	-503144.8072	0	0	0	-3505847380	6967,869547
	R1*	86.4750	109.3750	184.7711**	1	0	0	795204	4303,725352
	R2	385318.4219	365828.1250	502959.0361	0	1	0	3505043100	6968,844077
	R3	1	1	1	0	0	1	9076	9076
		µ X1	**µ X2**	**µ X3***	**R1**	**R2**	**R3**	**µBi**	**Rasio**
B	**R**	-522988,4067	-484675,7604	-658550,0241	0	0	0	-4754216379	6967,869547
	R1*	117,8579	137	247,8193**	1	0	0	1082303	4303,725352
	R2	522869,5487	484537,7604	658301,2048	0	1	0	4753125000	6968,844077
	R3	1	1	1	0	0	1	9076	9076
		µ X1	**µ X2**	**µ X3***	**R1**	**R2**	**R3**	**µBi**	**Rasio**
C	**R**	-598214,3218	-572158	-734417,1928	0	0	0	-5438196616	7404,778469
	R1*	132,9576	157	276,4337**	1	0	0	1220940	4416,754707
	R2	598080,3642	572000	734139,759	0	1	0	5436966600	7405,901306
	R3	1	1	1	0	0	1	9076	9076

Setelah setiap koefisien dimasukkan kedalam tabel simpleks sesuai pada Tabel 4 maka selanjutnya berdasarkan Tabel 5 akan ditentukan *Entering Variable (EV)* dan *Leaving Variable (LV)* untuk menemukan elemen pivot untuk setiap matriks A, B dan C. Berdasarkan Tabel 6 EV untuk setiap matriks tunggal A, B dan C berada pada variabel yang sama yaitu µ X3, sedangkan untuk LV untuk setiap matriks tunggal A, B dan C berada pada variabel R1 sehingga untuk elemen pivotnya berada pada irisan antara EV dan LV.

TABEL 6. Tabel Simpleks Iterasi 3 Fase I

		µ X1	**µ X2**	**µ X3**	**R1**	**R2**	**R3**	**µBi**	**Rasio**
A	**R**	0	0	0	1	1	1	0,000001193944	
	µ X3	0	0	1	0,0042	0	-2,2798	83,000000000012	
	µ X1	1	0	0	-0,0297	0	-2,7297	8897,000000000050	
	µ X2	0	1	0	0,0255	0	6,0095	95,999999999933	
		µ X1	**µ X2**	**µ X3**	**R1**	**R2**	**R3**	**µBi**	**Rasio**
B	**R**	0	0	0	1	1	1	-0,000000325492	
	µ X3	0	0	1	0,0051	0	-1,9179	82,9999999999982	
	µ X1	1	0	0	-0,0229	0	-3,9464	8896,999999999970	
	µ X2	0	1	0	0,0179	0	6,8643	96,000000000036	
		µ X1	**µ X2**	**µ X3**	**R1**	**R2**	**R3**	**µBi**	**Rasio**
C	**R**	0	0	0	1	1	1	-0,000001309438	
	µ X3	0	0	1	0,0037	0	-2,5448	82,999999999997	
	µ X1	1	0	0	-0,0231	0	-6,1114	8896,999999999990	
	µ X2	0	1	0	0,0194	0	9,6562	96,0000000000112	

Solusi pada iterasi ketiga menunjukkan nilai otpimal dari fungsi tujuan sama dengan nol (R = 0) untuk setiap variabel, sehingga *LFP* mempunyai hasil yang visibel dan dapat dilanjutkan pada fase kedua. Dimana nilai optimal pada fase pertama menjadi tabel awal pada fase kedua dengan fungsi objektif yang sebenarnya (Z). pada Tabel 6 terlihat bahwa keadaan sudah optimal sehingga tidak perlu dilakukan iterasi lagi dan sudah diperoleh nilai berikut:

$$\mu\, X_1 = (8896{,}999999999970 \quad 8896{,}999999999990 \quad 8897{,}000000000050)$$
$$\mu\, X_2 = (95{,}999999999933 \quad 96{,}0000000000112 \quad 96{,}000000000036)$$
$$\mu\, X_3 = (82{,}999999999997 \quad 82{,}9999999999982 \quad 83{,}000000000012)$$

dengan nilai optimum crisp/pasti berdasarkan bilangan LFR/Z adalah

$$\mu\ X_1 \in (8896{,}999999999990),$$
$$\mu\ X_2 \in (96{,}0000000000112),$$
$$\mu\ X_3 \in (82{,}999999999998),$$

selanjutnya nilai $\mu\ X_1$, $\mu\ X_2$, $\mu\ X_3$ disubtitusikan kedalam fungsi tujuan awal Z sehingga diperoleh

$$Z = \mu\, (9075{,}999999999890\ ,9075.9999999999994, 9076{,}000000000100)$$

dan nilai crisp/pasti berdasarkan LFR/Z $\in$ (9075.9999999999994).

TABEL 7. Hasil Perhitungan Pencapaian Jumlah Pelanggan Air Bersih

No	Variabel	Deskripsi	Jumlah Pelanggan	Realisasi Perhitungan	Persentase Pencapaian (%)
1	$\mu\, X_1$	Rumah Tangga	8897	8896,999999999990	100,00000000001%
2	$\mu\, X_2$	Sosial Khusus	96	96,0000000000112	99,9999999999884%
3	$\mu\, X_3$	Sosial Umum	83	82,9999999999982	100,000000000002%

Tabel 7 menunjukkan hasil pengolahan data dimana diketahui seluruh variabel sasaran optimasi pelayanan air bersih tercapai walaupun secara persentase masih terjadi peningkatan dan penurunan pencapaian,

KESIMPULAN

Untuk mendapatkan nilai optimum pelanggan dibutuhkan jumlah pendapatan untuk setiap sektor masing-masing, sektor rumah tangga sebesar 8896,999999999990, sektor sosial sebesar 96,0000000000112, dan sektor sosial umum sebesar 82,9999999999982. Dengan total jumlah pelanggan 9075.9999999999994 unit dan total permintaan air 1.082.303 m^3 yang berasal dari sambungan rumah tangga 1.048.582 m^3, sambungan sosial khusus 13.152 m^3 dan sambungan sosial umum 20.569 m^3. Sedangkan untuk pendapatan penjualan total sebesar Rp. 4.753.125.000 yang berasal dari sambungan rumah Rp. 4.651.970.375, sambungan sosial khusus Rp. 46.515.625, dan sambungan sosial umum Rp. 54.639.000.

DAFTAR PUSTAKA

Abdullah. L & Abidin. H. (2014). A Fuzzy Liniear Programming in Optimizing Meat Production. *International Journal of Engineering and Technology, 6.*

Abdy. M. (2008). *Dasar-Dasar Teori Himpunan Kabur dan Logika Kabur*. Makassar: Badan Penerbit UNM

Eky, Irawanto & Ratnasari. (2016). Penyelesaian Masalah Program Linier Fuzzy dengan Bilangan Fuzzy Linear Real Menggunakan Metode Sabiha. *Jurnal Matematika No. 3*

Georg. J. K dan Yuan. B. (1995). *Fuzzy Sets And Fuzzy Logic - Theory and Application*. New Jersey: Prectice Hall PTR.

Kumar. A. (2010). Fuzzy Optimal Solution of Fully Fuzzy Linear Problems with Inequality Constraints.” *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences 6*. 1.

Kusumadewi. S & Purnomo. H. (2010). *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan Edisi 2*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

PDAM Kab. Jeneponto. (2017). *Data Perencanaan Pelayanan PDAM 2017.* Jeneponto: PDAM Kab. Jeneponto

Rogers. F. N & Jun. J. Y. (2008). Method for Optimizing Linear Problems with Fuzzy Constraints. *International Mathematical Forum*. *Vol. 3. No. 23.*

Sabiha. J. F & Zaki. S. T.(2010) Proposed Method for Optimizing Fuzzy Linear Programming Problems by Using Two-Phase Technique. *Iraq J. Electrical and Electronic Engineering. 6. No. 2*.

Tiro. A & Bernard. (2015). *Pengenalan Manajemen Sains*. Makassar: Adira Publisher.