

**DESCRIPTION ON ERRORS IN PROVING FUNCTION LIMIT OF
STUDENTS IN MATHEMATICS EDUCATION IN
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR**

Misdalifah Suli, Suradi Tahmir, Syafruddin Side

Mathematics Education Postgraduate Program
Universitas Negeri Makassar, Indonesia

e-mail: misdalifahsuli@gmail.com

ABSTRACT

This study is qualitative research with descriptive approach, aims at describing errors in proving function limit of students in Mathematics Education in Universitas Negeri Makassar (State University of Makassar). The research subjects were 6 students of Mathematics Education. The research instruments were the researcher herself as the main instrument and the supporting instruments, namely test of proving function limit and interview guidance. Data collections were the results of test and interview. The results of the study reveal that the students did several errors in solving function limit proof in terms of conceptual errors and procedural errors. The conceptual errors consisted of inappropriate in classifying Mathematics objects based on certain features (aligned with its concepts), inappropriate in presenting the concept in forms of Mathematics representation, inappropriate in reviewing a concept, inappropriate in using, utilizing, and choosing appropriate procedure or operation, inappropriate in relating various Mathematics concepts. The factors due to conceptual errors were the subject considered $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$ as not so important thus no need to be written, did not know the relation between definition and graphic where functions concept and function graphic assisted to represent the concept of function limit to graphic form although the undefined function in c but the function can still be seen if x moved to c , less understood about meaning from several concepts which related to definition such as did not know of absolute value as distance, did not understand step by step in proving limit, did not know or forget the way to prove limit, no knowledge of drawing graphic aligned with the known function, less accurate in writing representation, less mastery of concept aligned with completion proof and forgetful habits on the material taught particularly limit material; whereas, the procedural errors consisted of irregular steps in solving Mathematics questions, inability to manipulate steps to answer questions, inaccurate in counting, inability to continue steps of completion, and drawing conclusion with appropriate reasons. The factors causing the procedural errors were less mastery on concepts aligned with limit proof such as absolute concept and triangular inequality, inaccurate and careful in completing proof, rush in answering questions, less understood methods to prove the limit, forgetful habits on the material being taught.

Keyword: *Function limit proofs, conceptual errors, procedural errors.*

**DESKRIPSI KESALAHAN DALAM MEMBUKTIKAN LIMIT
FUNGSI MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR**

ABSTRAK

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan pendekatan deskriptif yang bertujuan untuk mendeskripsikan kesalahan dalam membuktikan limit fungsi mahasiswa pendidikan matematika Universitas Negeri Makassar. Subjek penelitian merupakan mahasiswa pendidikan matematika sebanyak 6 orang. Instrumen dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri sebagai instrumen utama dan instrumen pendukung, yaitu tes pembuktian limit fungsi dan pedoman wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa terdiri dari tidak tepat dalam mengklasifikasikan objek matematika berdasarkan sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya), tidak tepat dalam menyajikan konsep dalam bentuk representasi matematika, tidak tepat dalam mengungkapkan kembali sebuah konsep, tidak tepat dalam menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi yang tepat, tidak tepat dalam mengaitkan berbagai konsep matematika. Adapun faktor penyebab terjadinya kesalahan konseptual yaitu subjek menganggap $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$ tidak begitu penting sehingga tidak perlu dituliskan, tidak mengetahui keterkaitan antara definisi dengan grafik dimana konsep fungsi dan grafik fungsi membantu untuk merepresentasikan konsep limit fungsi ke dalam bentuk grafik sehingga walaupun suatu fungsi tidak terdefinisi pada c tetapi masih dapat dilihat perilaku fungsi jika x bergerak menuju c , kurang memahami makna dari beberapa konsep yang berkaitan dengan definisi seperti tidak mengetahui konsep nilai mutlak sebagai jarak, tidak memahami langkah demi langkah dalam membuktikan limit, tidak mengerti atau lupa cara membuktikan limit, ketidaktahuan subjek menggambar grafik sesuai dengan fungsi yang diketahui, kurang cermat dalam menuliskan representasi, kurangnya penguasaan konsep-konsep yang terkait dengan penyelesaian pembuktian dan kebiasaan lupa terhadap materi yang telah diajarkan terutama materi limit. Sedangkan kesalahan prosedural terdiri dari ketidakteraturan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal matematika, ketidakmampuan memanipulasi langkah-langkah untuk menjawab suatu soal, tidak tepat dalam perhitungan, tidak mampu melanjutkan langkah penyelesaian, dan melakukan penyimpulan tanpa alasan yang benar. Adapun faktor penyebab terjadinya kesalahan prosedural yaitu kurang menguasai konsep-konsep yang terkait dengan pembuktian limit seperti konsep mutlak dan ketaksamaan segitiga, kurang cermat dan teliti dalam menyelesaikan pembuktian, terburu-buru dalam menjawab soal, kurang memahami cara membuktikan limit, kebiasaan melupakan materi yang telah diajarkan.

Kata kunci: Pembuktian Limit Fungsi, Kesalahan Konseptual, Kesalahan Prosedural.

PENDAHULUAN

Salah satu konsep dalam matematika yang memegang peran yang sangat penting adalah konsep limit fungsi. Konsep limit merupakan konsep dalam mempelajari kalkulus dan analisis. Konsep limit digunakan untuk membangun konsep-konsep kalkulus, misalnya konsep kontinuitas, differensial, integral, aproksimasi, sifat konvergen dan divergen sebuah barisan dan deret, serta diaplikasikan dalam menentukan kuantitas terukur bentuk-bentuk geometri, dan dalam menjelaskan kelakuan fungsi.

Menurut Bahar, Rahman & Ilham (2012: 182), pembelajaran konsep limit fungsi diawali dengan menyajikan konsep tersebut secara intuitif sebelum definisi formal limit fungsi diberikan. Terdapat kecenderungan diantara mahasiswa mengungkapkan makna notasi limit fungsi berdasarkan pengertian intuitif limit fungsi dibandingkan menggunakan definisi formal limit fungsi. Bilamana mahasiswa diminta menjelaskan pengertian limit fungsi berdasarkan definisi formal limit fungsi tersebut, banyak diantara mahasiswa tidak dapat menjelaskan definisi limit fungsi tersebut.

Dari hasil wawancara beberapa mahasiswa Universitas Negeri Makassar jurusan pendidikan matematika mengemukakan bahwa mereka merasa kesulitan dalam mempelajari limit fungsi khususnya pada pembuktian limit fungsi. Mereka merasa kesulitan saat memulai membuktikan. Diantara mereka berpendapat bahwa saat membuktikan limit fungsi merasa kebingungan langkah apa yang mesti dilakukan pertama kali, selain itu ada juga yang berpendapat bahwa merasa sulit saat memanipulasi persamaan agar nantinya dapat menentukan delta yang sesuai tetapi tidak jarang juga dari mereka kebingungan menentukan delta yang sesuai. Oleh karena itu, untuk mendeteksi kesulitan tersebut maka salah satu cara yang dilakukan adalah melihat kesalahan mahasiswa saat mengerjakan soal pembuktian limit fungsi. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Sucipto & Maulliddin (2016), yang menyatakan bahwa kesalahan mahasiswa dalam mengerjakan soal memberikan gambaran kesulitan yang dialami. Oleh karena itu, dengan mengetahui kesalahan yang sering dilakukan oleh mahasiswa saat menyelesaikan soal maka akan dapat ditelusuri kesulitan siswa dalam belajar matematika.

Menurut Riccomini (2016) dalam tulisannya mengemukakan bahwa jenis-jenis kesalahan dalam matematika yaitu *Conceptual error*, *Faktual error*, *Procedural error*, dan *Careless error*. Selain itu, Ulifa & Effendy (2014) menyimpulkan kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal matematika adalah kesalahan dalam menafsirkan konsep, kesalahan dalam memahami dan mencermati perintah soal, dan kesalahan mahasiswa yang tidak mampu membagi waktu dalam menyelesaikan soal. Namun, fokus penelitian ini terletak pada kesalahan konseptual dan kesalahan prosedural. Kesalahan konseptual adalah kesalahan yang dilakukan siswa dalam menafsirkan istilah, konsep, dan prinsip (Sahriah, Muksar & Lestari, 2012) dimana indikatornya meliputi 1) tidak dapat menyatakan ulang sebuah konsep, 2) tidak dapat mengklasifikasikan objek-objek menurut sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya), 3) tidak dapat menyajikan konsep dalam bentuk representasi matematika, tidak tepat dalam mengungkap kembali sebuah konsep, 4) tidak tepat dalam menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu, dan 5) tidak mampu mengaitkan berbagai konsep matematika sedangkan kesalahan prosedural menurut Kastolan (Sahriah, Muksar & Lestari, 2012) adalah kesalahan dalam menyusun langkah-langkah yang hirarkis sistematis untuk menjawab suatu masalah dimana indikatornya meliputi 1)

ketidakteraturan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal, 2) ketidakmampuan memanipulasi langkah-langkah untuk menjawab suatu soal, 3) melakukan penyimpulan tanpa alasan yang benar, dan 4) kesalahan mahasiswa dalam mencermati dan memahami petunjuk tes diagnostik yaitu mahasiswa tidak melanjutkan langkah penyelesaian, serta 5) Tidak tepat dalam perhitungan.

Kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa saat mengerjakan soal dapat menyebabkan hasil belajar mahasiswa rendah. Jika hasil belajar rendah maka akan berdampak pada prestasi mahasiswa tersebut. Oleh karena itu, kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa harus diatasi oleh pengajar baik dengan perbaikan metode pengajaran ataupun dengan cara lain agar dampak dari kesalahan itu tidak mempengaruhi hasil belajar ataupun prestasi belajar mahasiswa.

Berdasarkan uraian diatas maka menggambarkan kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal pembuktian limit fungsi sangat diperlukan karena materi limit fungsi merupakan materi yang mendasari konsep kalkulus terutama Kalkulus I. Oleh karena itu, peneliti menyusun penelitian tentang “Deskripsi Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Limit Fungsi Mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Negeri Makassar”. Adapun rumusan masalah terkait penelitian ini yaitu: jenis-jenis kesalahan konseptual dan kesalahan prosedural apa saja yang dilakukan oleh mahasiswa pendidikan matematika Universitas Negeri Makassar semester III tahun ajaran 2018/2019 dalam membuktikan limit fungsi dan faktor penyebab terjadinya kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam membuktikan limit fungsi?

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan pendekatan deskriptif. Penelitian ini bertujuan untuk menggambarkan atau mendeskripsikan jenis-jenis kesalahan mahasiswa pendidikan matematika Universitas Negeri Makassar dalam membuktikan limit fungsi. Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa pendidikan matematika Universitas Negeri Makassar semester III tahun ajaran 2018/2019 yang telah mempelajari mata kuliah Kalkulus I terdiri dari 3 orang mahasiswa dengan kesalahan konseptual terbanyak yaitu SK1, SK2 dan SK3 dan 3 orang mahasiswa dengan kesalahan prosedural terbanyak yaitu SP1, SP2, dan SP3. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini yaitu peneliti sendiri dan instrumen pendukung yaitu tes dan pedoman wawancara masing-masing dilakukan sebanyak dua kali. Dalam, penelitian ini teknik pemeriksaan keabsahan data dilakukan dengan menggunakan teknik triangulasi data yaitu triangulasi waktu dan tirangulasi teknik. Adapun teknik analisis data dalam penelitian ini mengacu pada teknik model Miller dan Huberman (Sugiyono, 2009) yang terdiri dari tiga tahap mereduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

HASIL

Ada beberapa kesalahan yang dilakukan oleh subjek saat menyelesaikan pembuktian limit fungsi. Adapun jenis-jenis kesalahan yang dilakukan oleh subjek saat menyelesaikan pembuktian limit fungsi dapat dilihat sebagai berikut:

a. Jenis-Jenis Kesalahan Konseptual dan Faktor-Faktor Penyebabnya

Kesalahan konseptual yang dilakukan oleh subjek SK1, SK2 dan SK3 saat menyelesaikan pembuktian limit fungsi dapat dilihat pada uraian berikut:

1) Subjek Kategori Kesalahan Konseptual 1 (SK1)

Adapun kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh SK1 dalam menyelesaikan pembuktian limit fungsi dirangkum pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1 Jenis Kesalahan Dari Subjek SK1

	Tes			Faktor penyebab kesalahan
	Tes ke-1		Tes ke-2	
	1	2	1	
Tidak tepat dalam mengklasifikasikan objek matematika berdasarkan sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya)	✓	✓	✓	Subjek menganggap $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$ tidak begitu penting sehingga tidak perlu dituliskan dan subjek kurang memahami isi dari definisi seperti tidak mengetahui nilai mutlak sebagai jarak.
Tidak tepat dalam menyajikan konsep dalam bentuk representasi matematika	✓	✓	-	Subjek menganggap $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$ tidak begitu penting sehingga tidak perlu dituliskan dan subjek kurang memahami isi dari definisi seperti tidak mengetahui nilai mutlak sebagai jarak.
Tidak tepat dalam mengungkapkan kembali sebuah konsep	✓	✓	✓	Subjek tidak mengetahui keterkaitan antara definisi dengan grafik dimana konsep fungsi dan grafik fungsi membantu untuk merepresentasikan konsep limit fungsi ke dalam bentuk grafik sehingga walaupun suatu fungsi tidak terdefinisi pada c tetapi masih dapat dilihat perilaku fungsi jika x bergerak menuju c . Selain itu, subjek kurang memahami makna dari beberapa konsep yang berkaitan dengan definisi seperti konsep nilai mutlak membantu merepresentasikan bahwa pertidaksamaan $0 < x - c $ mengandung makna bahwa jarak x ke c tidak akan pernah sama dengan 0 atau ekuivalen dengan $x \neq c$
Tidak tepat dalam menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi yang tepat	-	✓	✓	Tidak memahami langkah demi langkah dalam membuktikan limit, tidak mengerti atau lupa cara membuktikan limit, subjek tidak mengingat materi yang sudah diajarkan
Tidak tepat dalam	-	✓	✓	Subjek tidak mengetahui konsep-

mengaitkan berbagai konsep matematika	konsep yang terkait dengan limit misal konsep mutlak, ketaksamaan segitiga,dll.
---------------------------------------	---

2) Subjek Kategori Kesalahan Konseptual 2 (SK2)

Adapun kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh SK2 dalam menyelesaikan pembuktian limit fungsi dirangkum pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2 Jenis Kesalahan Dari Subjek SK2

Indikator Kesalahan Konseptual	Tes			Faktor penyebab kesalahan
	Tes ke-1		Tes ke-2	
	1	2	1	
Tidak tepat dalam mengklasifikasikan objek matematika berdasarkan sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya)	✓	✓	✓	Ketidaktahuan subjek menggambar grafik sesuai dengan fungsi yang diketahui, ketidakpahaman subjek mengenai symbol yang tertulis pada definisi dan keterkaitan antara definisi dengan grafik yang digambarkan, dan terburu-buru dalam menjawab soal
Tidak tepat dalam menyajikan konsep dalam bentuk representasi matematika	-	-	-	-
Tidak tepat dalam mengungkapkan kembali sebuah konsep	✓	✓	✓	Ketidaktahuan subjek menggambar grafik sesuai dengan fungsi yang diketahui, ketidakpahaman subjek mengenai symbol yang tertulis pada definisi dan keterkaitan antara definisi dengan grafik yang digambarkan, dan terburu-buru dalam menjawab soal
Tidak tepat dalam menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi yang tepat	-	✓	✓	tidak memahami langkah demi langkah dalam membuktikan limit, tidak mengerti atau lupa cara membuktikan limit, tidak mengingat materi yang sudah diajarkan
Tidak tepat dalam mengaitkan berbagai konsep matematika	-	✓	✓	Subjek tidak mengetahui konsep-konsep yang terkait dengan limit misal konsep mutlak, ketaksamaan segitiga,dll, tidak mempelajari ulang materi limit yang telah diajar oleh dosen.

3) Subjek Kategori Kesalahan Konseptual 3 (SK3)

Adapun kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh SK3 dalam membuktikan limit fungsi dan faktor penyebab kesalahannya dirangkum pada Tabel 3 berikut:

Tabel 3 Jenis Kesalahan Dari Subjek SK3

Indikator Kesalahan Konseptual	Tes			Faktor penyebab kesalahan
	Tes ke-1		Tes ke-2	
	1	2	1	
Tidak tepat dalam mengklasifikasikan objek matematika berdasarkan sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya)	✓	✓	-	Subjek kurang cermat dalam menuliskan representasi sehingga subjek tidak mampu membedakan x dan nilai L .
Tidak tepat dalam menyajikan konsep dalam bentuk representasi matematika	✓	✓	-	Subjek kurang cermat dalam menuliskan representasi sehingga subjek tidak mampu membedakan x dan nilai L .
Tidak tepat dalam mengungkapkan kembali sebuah konsep	✓	✓	-	subjek tidak mengetahui keterkaitan antara definisi dengan grafik yang akan digambarkan dan subjek tidak mampu memaknai simbol-simbol yang ada pada definisi seperti tanda mutlak sebagai jarak
Tidak tepat dalam menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi yang tepat	✓	✓	✓	Subjek kurang menguasai konsep-konsep yang terkait dengan penyelesaian pembuktian dan lupa terhadap materi yang telah diajarkan terutama materi limit
Tidak tepat dalam mengaitkan berbagai konsep matematika	✓	✓	✓	Subjek kurang menguasai konsep-konsep yang terkait dengan penyelesaian pembuktian dan lupa terhadap materi yang telah diajarkan terutama materi limit.

b. Jenis-Jenis Kesalahan Prosedural dan Faktor-Faktor Penyebabnya

1) Subjek Kategori Kesalahan Prosedural 1(SP1)

Adapun kesalahan prosedural yang dilakukan oleh SP1 dalam menyelesaikan pembuktian limit fungsi dan faktor penyebab kesalahan dirangkum pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4 Jenis Kesalahan Dari Subjek SP1

Indikator Kesalahan Prosedural	Tes			Faktor penyebab kesalahan
	Tes ke-1		Tes ke-2	
	1	2	1	
Ketidakteraturan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal matematika	✓	✓	-	Subjek tidak memaparkan langkah demi langkah secara detail dan kurang cermat dan teliti dalam menyelesaikan pembuktian

Ketidakmampuan memanipulasi langkah-langkah untuk menjawab suatu soal,	✓	✓	-	kurang menguasai konsep-konsep yang terkait dengan pembuktian limit seperti konsep mutlak
Tidak tepat dalam perhitungan	-	-	-	-
Tidak mampu melanjutkan langkah penyelesaian,	-	✓	-	Subjek kurang menguasai konsep-konsep yang terkait dengan penyelesaian pembuktian seperti konsep mutlak
Melakukan penyimpulan tanpa alasan yang benar.	✓	✓	-	Subjek tidak menyelesaikan pembuktian dengan tepat dan subjek tidak menuliskan kesimpulan pada akhir pembuktian.

2) Subjek Kategori Kesalahan Prosedural 2 (SP2)

Adapun kesalahan prosedural yang dilakukan oleh SP2 dalam menyelesaikan pembuktian limit fungsi dan faktor penyebab kesalahan dirangkum pada Tabel 5 berikut:

Tabel 5 Jenis Kesalahan Dari Subjek SP2

Indikator Kesalahan Prosedural	Tes			Faktor penyebab kesalahan
	Tes ke-1	Tes ke-2	Tes ke-2	
	1	2	1	
Ketidakteraturan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal matematika	✓	✓	✓	Subjek tidak memahami langkah demi langkah dalam membuktikan limit
Ketidakmampuan memanipulasi langkah-langkah untuk menjawab suatu soal,	-	-	✓	kurang menguasai konsep-konsep yang terkait dengan pembuktian limit seperti konsep mutlak
Tidak tepat dalam perhitungan	-	✓	-	Kurang teliti dalam menyelesaikan pembuktian
Tidak mampu melanjutkan langkah penyelesaian,	-	✓	✓	Subjek kurang menguasai konsep-konsep yang terkait dengan penyelesaian pembuktian seperti konsep mutlak, ketaksamaan segitiga, dll.
Melakukan penyimpulan tanpa alasan yang benar.	✓	✓	✓	Subjek tidak menyelesaikan pembuktian dengan tepat dan subjek tidak menuliskan kesimpulan pada akhir pembuktian.

3) Subjek Kategori Kesalahan Prosedural 3 (SP3)

Adapun kesalahan prosedural yang dilakukan oleh SP3 dalam menyelesaikan pembuktian limit fungsi dan faktor penyebab kesalahan dirangkum pada Tabel 6 berikut:

Tabel 6 Jenis Kesalahan Dari Subjek SP3

Indikator Kesalahan Prosedural	Tes			Faktor penyebab kesalahan
	Tes ke-1		Tes ke-2	
	1	2	1	
Ketidakteraturan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal matematika	-	✓	✓	Subjek tidak memahami langkah demi langkah dalam membuktikan limit
Ketidakmampuan memanipulasi langkah-langkah untuk menjawab suatu soal,	-	-	✓	Kurang menguasai konsep-konsep yang terkait dengan pembuktian limit seperti konsep mutlak
Tidak tepat dalam perhitungan	-	-	-	Kurang teliti dalam menyelesaikan pembuktian
Tidak mampu melanjutkan langkah penyelesaian,	✓	✓	✓	Subjek kurang menguasai konsep-konsep yang terkait dengan penyelesaian pembuktian seperti konsep mutlak, ketaksamaan segitiga, dan subjek kurang mengingat materi yang telah diajarkan.
Melakukan penyimpulan tanpa alasan yang benar.	✓	✓	✓	Subjek tidak menyelesaikan pembuktian dengan tepat dan subjek tidak menuliskan kesimpulan pada akhir pembuktian.

PEMBAHASAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa melakukan kesalahan dalam menyelesaikan pembuktian limit fungsi yaitu kesalahan konseptual dan kesalahan prosedural serta beberapa faktor penyebab kesalahan. Faktor penyebab kesalahan konseptual dan kesalahan prosedural yang paling penting adalah pemahaman mahasiswa terhadap definisi limit. Menurut Bahar dkk. (2012: 182), pemahaman terhadap definisi memang berperan penting dalam penguasaan matematika secara tuntas. Oleh karena itu, solusi yang ditawarkan untuk meminimalisir kesalahan konseptual dan kesalahan prosedural yaitu memperbaiki pemahaman mahasiswa terhadap konsep limit. Adapun konsep-konsep yang perlu dikuasai dan dipahami oleh mahasiswa yaitu makna dari ε dan δ , logika kalimat berkuantor dan kalimat implikasi pada definisi $\varepsilon - \delta$, makna dari harga mutlak, fungsi dan grafik, implementasi definisi formal limit fungsi untuk membuktikan kebenaran nilai limit (Bahar dkk., 2012: 185-186). Adapun solusi yang lain menurut Salido dkk., (2014: 12) yaitu (1) hendaknya mahasiswa tidak hanya menghafalkan rumus tetapi lebih berusaha untuk memahami konsep. Selain itu, mahasiswa harus lebih banyak latihan soal-soal dan berhati-hati

dalam membaca soal serta menyelesaikannya; (2) dalam menyelesaikan soal limit fungsi diperlukan pendekatan tertentu untuk memudahkan dalam memahaminya. Oleh karena itu, proses pembelajaran yang dilakukan harus dapat membantu mahasiswa membangun pemahamannya dengan pendekatan tersebut. Diperlukan banyak latihan dalam berbagai variasi soal, sehingga mahasiswa mempunyai pengalaman belajar yang cukup pada materi ini. Dari pengalaman tersebut, mahasiswa dapat menemukan sendiri pemahaman terkait cara yang akan digunakan ketika muncul sebuah soal; dan (3) Untuk menghindari kesalahan akibat ketidaktelitian yang juga banyak dilakukan mahasiswa, maka dalam menyelesaikan soal aktivitas memeriksa kembali atau koreksi diperlukan. Untuk itu, dalam proses pembelajaran, mahasiswa perlu dibiasakan untuk memeriksa kembali jawaban dari pekerjaan mereka.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang dilakukan, maka diperoleh kesimpulan dalam penelitian ini, yaitu: (1) kesalahan-kesalahan mahasiswa pendidikan matematika Universitas Negeri Makassar semester III tahun ajaran 2018/2019 yang terkategori kesalahan konseptual yaitu tidak tepat dalam mengklasifikasikan objek matematika berdasarkan sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya), tidak tepat dalam menyajikan konsep dalam bentuk representasi matematika, tidak tepat dalam mengungkapkan kembali sebuah konsep, tidak tepat dalam menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi yang tepat, dan tidak tepat dalam mengaitkan berbagai konsep matematika. (2) kesalahan-kesalahan mahasiswa pendidikan matematika Universitas Negeri Makassar semester III tahun ajaran 2018/2019 yang terkategori kesalahan prosedural yaitu ketidakteraturan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal matematika, ketidakmampuan memanipulasi langkah-langkah untuk menjawab suatu soal, tidak tepat dalam perhitungan, tidak mampu melanjutkan langkah penyelesaian, dan melakukan penyimpulan tanpa alasan yang benar. (3) Faktor penyebab kesalahan konseptual yang dilakukan oleh mahasiswa pendidikan matematika Universitas Negeri Makassar tahun ajaran 2018/2019 dalam menyelesaikan pembuktian limit fungsi yaitu subjek menganggap $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$ tidak begitu penting sehingga tidak perlu dituliskan saat limit fungsi dituangkan ke dalam definisi formal, tidak mengetahui keterkaitan antara definisi dengan grafik dimana konsep fungsi dan grafik fungsi membantu untuk merepresentasikan konsep limit fungsi ke dalam bentuk grafik sehingga walaupun suatu fungsi tidak terdefinisi pada c tetapi masih dapat dilihat perilaku fungsi jika x bergerak menuju c . Selain itu, subjek kurang memahami makna dari beberapa konsep yang berkaitan dengan definisi seperti konsep nilai mutlak sebagai jarak dan konsep mutlak membantu merepresentasikan bahwa pertidaksamaan $0 < |x - c|$ mengandung makna bahwa jarak x ke c tidak akan pernah sama dengan 0 atau ekuivalen dengan $x \neq c$, tidak memahami langkah demi langkah dalam membuktikan limit, tidak mengerti atau lupa cara membuktikan limit, ketidaktahuan subjek menggambar grafik sesuai dengan fungsi yang diketahui, kurang cermat dalam menuliskan representasi, kurangnya penguasaan konsep-konsep yang terkait dengan penyelesaian pembuktian dan kebiasaan lupa terhadap materi yang telah diajarkan terutama materi limit. (4) Adapun faktor penyebab terjadinya kesalahan prosedural yaitu kurang menguasai konsep-konsep yang terkait dengan pembuktian limit seperti konsep mutlak dan ketaksamaan segitiga, kurang cermat dan teliti dalam

menyelesaikan pembuktian, terburu-buru dalam menjawab soal, kurang memahami cara membuktikan limit, kebiasaan melupakan materi yang telah diajarkan.

DAFTAR PUSTAKA

- Bahar, E. E., Abdul Rahman, & Ilham Minggu. 2012. Analisis Pemahaman Mahasiswa terhadap Konsep Limit Fungsi di Satu Titik (Studi Kasus pada Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNM). *Jurnal Sainsmat*, 1(2), 181-190.
- Mudarwan, PMP MTK SMP, (Online) (<https://mudarwan.files.wordpress.com/2014/11/4-pmp-mtk-smp.pdf>, Diakses 15 April 2018).
- Riccomini, P.J. 2016. How To Use Math Error Analysis To Improve Intruction. (Online), (<files.ernweb.com/erroranalysis.pdf>, Diakses 14 April 2018).
- Sahriah, Muksar, M. & Lestari, T. E. 2012. Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Materi Operasi Pecahan Bentuk Aljabar Kelas VIII SMP Negeri 2 Malang. *Jurnal*. (Online) (<http://jurnal-online.um.ac.id/data/artikel/artikel9EEEC8FEB3F87AC825C375098E45CB689.pdf>, Diakses 16 April 2018).
- Shadiq, F. 2014. Pembelajaran Matematika Cara Meningkatkan Kemampuan Berpikir Siswa. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Soedjadi. 2000. Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia: Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan. Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional.
- Sugiyono. 2009. *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Suradi. 2001. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*. Makassar: Jurusan Matematika FMIPA UNM.
- Ulifa, Siti Nur dan Dzulkifli Effendy. 2014. Hasil Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Pada Materi Relasi. *STKIP PGRI Sidoarjo: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 123-133.