Isomorfisma Grup pada *Rubik Revenge*

Muhammad Abdy1,, Sukarna1,, dan Nurul Hikmah Safitri1, a)

1Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Makassar, 90224

a)nhs24kk@gmail.com

***Abstrak.*** *Rubik Revenge merupakan sebuah teka-teki mekanik berbentuk kubus yang tersusun atas 56 cubinos. Tujuan dari permainan rubik adalah mengembalikan posisi warna pada keenam sisi rubik yang telah teracak ke posisi terselesaikan (solved) dengan cara memutar sisi sesuai dengan pergerakan rubik. Karya Ilmiah ini difokuskan pada pembuktian adanya isomorfisma grup dari grup pergerakan rubik ke grup permutasi simetri pada rubik revenge. Pertama, dibuktikan bahwa himpunan pergerakan rubik adalah grup. Kemudian membuktikan bahwa himpunan T yang berisi label 1 sampai 96 pada sisi cubinos adalah grup permutasi simetri.*

**Kata kunci :** Grup, Isomorfisma, Rubik

**Abstract.** Rubic Revenge is a cube-shaped mechanical puzzle composed of 56 cubinos. The purpose of the rubic game is to restore the color position on the six sides of the rubic that has been scrambled to a solved position by rotating the sides according to the rubic movement. This Scientific Work is focused on verifying the isomorphism of the group from the rubic movement group to the symmetry permutation group in the rubic revenge. First, it is evidenced that the rubic movement set is a group. Then prove that the set T which contains labels 1 to 96 on the side of cubinos is a symmetry permutation group.

**Keywords :** Group, Isomorphism, Rubic

# PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu ilmu dasar yang memegang peranan penting baik dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi maupun dalam membentuk kepribadian manusia (Yuhasriati,2012). Aljabar Abstrak merupakan salah satu bidang matematika yang mempelajari struktur aljabar seperti grup, ring, ruang vektor, dan modul. Objek kongkrit yang sangat erat kaitannya aljabar abstrak terlebih khusus dengan grup adalah permainan rubik (Subiono, 2016).

Tujuan dari permainan rubik adalah mengembalikan posisi warna pada keenam sisi rubik yang telah teracak ke posisi terselesaikan (*solved*) dengan cara memutar sisi sesuai dengan pergerakan rubik. Permainan rubik dapat diselesaikan tanpa menggunakan kemampuan menghitung angka sehingga orang cenderung beranggapan bahwa permainan ini tidak berkaitan dengan matematika. Pokok dari teori grup bukan tentang angka, namun lebih mengenai pola dan simetri, yang mana banyak dimiliki oleh permainan rubik.

Beberapa peneliti telah melakukan penelitian tentang rubik yang juga berkaitan dengan teori grup (Al-Musta’awun, 2012; Ihsan, 2016; Kuntel, 2010; Kuntoro, 2018; Kurnianingtyas, 2012; Niasri,2015; dan Wardana,2011). Ihsan (2016) meneliti Peran Aksi Grup dalam Pembentukan Homomorfisma pada *Rubik’s Cube*. Penelitian tersebut memperlihatkan sebuah homomorfisma yang terbentuk akibat aksi grup ke himpunan *facet*-nya. Penelitian lainnya juga telah dilakukan oleh Kurnianingtyas (2012) meneliti Grup dan Homomorfisma Grup pada *Rubik Revenge* yang memperlihatkan adanya homomorfisma grup dari grup pergerakan rubik ke grup permutasi simetri S96 pada rubik 4 x 4 x 4 atau yang dikenal dengan *rubik revenge*.

Penelitian ini merupakan pengembangan dari penelitian Kurniangtyas (2012) mengenai homomorfisma grup menjadi isomorfisma grup. Kurnianingtyas (2012) juga merupakan pergerakan rubik searah jarum jam sebagai generator sedangkan penelitian ini menggunakan pergerakan rubik berlawanan arah jarum jam sebagai generator. Oleh karena itu, penulis meneliti Isomorfisma Grup pada *Rubik Revenge.* .

# METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian terapan. Penelitian ini diawali dengan mengetahui bagian-bagian dan pergerakan rubik revenge kemudian membuktikan bahwa himpunan pergerakan rubik adalah grup. Selanjutnya membuktikan bahwa himpunan T yang berisi label 1 sampai 96 pada sisi cubinos adalah grup permutasi simetri. Sehingga dapat membuktikan adanya isomorfisma grup pemetaan fungsi pergerakan *rubik revenge* ke grup permutasi simetri.

# HASIL PENELITIAN

## Bagian-bagian Rubik Revenge

Rubik memiliki 6 sisi. Pada umumnya setiap sisi rubik diberi nama dengan Front(F), Back (B), Right (R), Left (L), Up (U) dan Down (D). Namun pada *rubik revenge* ada sisi rubik bagian luar dan dalam. Sisi *rubik revenge* ditunjukkan pada Gambar 1.

******

sisi depan bagian dalam (F)

sisi kanan bagian dalam (R)

sisi belakang bagian dalam (B)

sisi kanan bagian luar (R)

sisi depan bagian luar (F)

sisi belakang bagian luar (B)

******

sisi kiri bagian dalam (D)

sisi kiri bagian dalam (U)

sisi kiri bagian dalam (L)

sisi bawah bagian luar (D)

sisi atas bagian luar (U)

sisi kiri bagian luar (L)

1. ***(b)***

**GAMBAR 1.** Sisi Rubik Revenge (a) bagian luar dan (b) bagian dalam

*Rubik revenge* disusun oleh 56 cubinos yaitu suatu kubus berukuran . Cubinos pada *rubik revenge* ditampilkan pada Gambar 2 terbagi menjadi tiga jenis, yaitu *Corner-cubinos* merupakan *cubinos* yang terdapat di setiap sudut pada sisi *rubik revenge, Center-cubino* merupakan *cubinos* yang terdapat di tengah pada setiap sisi *rubik revenge* dan *Edge-cubinos* merupakan *cubinos* yang mengelilingi *center-cubinos* (Larsen,1985).

****

Center-cubinos

Edge-cubinos

Corner-cubinos

**GAMBAR 2.** Bagian-bagian cubinos pada *rubik revenge*

## Pergerakan Rubik Revenge

Dengan cara memutar sisi rubiksecara vertikal maupun horizontal maka rubik revenge dapat digerakkan sebagaimana pada Tabel 1.

**TABEL 1.** Pergerakan sisi bagian *rubik revenge*

|  |  |
| --- | --- |
| Notasi | Pergerakan |
| *U*n+ | Pergerakan sisi atas bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali. |
| *D*n+ | Pergerakan sisi bawah bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali . |
| *Fn+* | Pergerakan sisi depan bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali. |
| *Bn+* | Pergerakan sisi belakang bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali. |
| *Rn+* | Pergerakan sisi sebelah kanan bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali. |
| *Ln+* | Pergerakan sisi sebelah kiri bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali. |
| *U*n- | Pergerakan sisi atas bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 berlawanan arah jarum jam sebanyak n kali. |
| *D*n- | Pergerakan sisi bawah bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 berlawanan arah jarum jam sebanyak n kali . |
| *Fn-* | Pergerakan sisi depan bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 berlawanan arah jarum jam sebanyak n kali. |
| *Bn-* | Pergerakan sisi belakang bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 berlawanan arah jarum jam sebanyak n kali. |
| *Rn-* | Pergerakan sisi sebelah kanan bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 berlawanan arah jarum jam sebanyak n kali. |
| *Ln-* | Pergerakan sisi sebelah kiri bagian luar *rubik revenge* sejauh 90 berlawanan arah jarum jam sebanyak n kali. |
| U n+ | Pergerakan sisi atas bagian dalam *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali. |
| D n+ | Pergerakan sisi bawah bagian dalam *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali . |
| F *n+* | Pergerakan sisi depan bagian dalam *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali. |
| B *n+* | Pergerakan sisi belakang bagian dalam *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali. |
| R *n+* | Pergerakan sisi sebelah kanan bagian dalam *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali. |
| L *n+* | Pergerakan sisi sebelah kiri bagian dalam *rubik revenge* sejauh 90 searah jarum jam sebanyak n kali. |
| U n- | Pergerakan sisi atas bagian dalam *rubik revenge* sejauh 90 berlawanan arah jarum jam sebanyak n kali. |
| D n- | Pergerakan sisi bawah bagian dalam *rubik revenge* sejauh 90 berlawanan arah jarum jam sebanyak n kali . |
| F *n-* | Pergerakan sisi depan bagian dalam *rubik revenge* sejauh 90 berlawanan arah jarum jam sebanyak n kali. |
| B *n-* | Pergerakan sisi belakang bagian dalam *rubik revenge* sejauh 90 berlawanan arah jarum jam sebanyak n kali. |

## Isomorfisma Grup Dari Pergerakan Rubik Ke Grup Permutasi Simetri Pada *Rubik Revenge*

### Pergerakan *rubik revenge* adalah grup

Didefinisikan operasi pada himpunan pergerakan rubik dengan notasi himpunan yaitu untuk setiap dan posisi rubik maka berlaku yang dapat diartikan sebagai pergerakan dilakukan terhadap kemudian dilanjutkan dengan pergerakan terhadap .

Akan dibuktikan dengan operasi membentuk suatu grup, dengan notasi .

Bukti :

Ambil sebarang dan .

Jadi,

1. Akan ditunjukkan bahwa

Perhatikan bahwa , U**+**. Jadi,

1. Akan ditunjukkan bahwa ( tertutup

. Jadi, ( tertutup.

1. Akan ditunjukkan bahwa memenuhi sifat asosiatif

.

Jadi, memenuhi sifat asosiatif.

1. Akan ditunjukkan bahwa memiliki unsur identitas

Akan ditunjukkan bahwaterdapat unsur identitas pada himpunan dengan operasi sehingga berlaku , . Unsur identitas didefinisikan dengan . Perhatikan bahwa,

Diperoleh

Jadi, memiliki unsur identitas

1. Akan ditunjukkan bahwa memiliki invers

Akan ditunjukkan bahwa untuk setiap terdapat sehingga berlaku Unsur didefinisikan sebagaipergerakan sisi*rubik revenge*berlawanan arah dengan pergerakan a dengan jika dan hanya jika , perhatikan bahwa,

Diperoleh Jadi, memiliki invers.

Dari pembuktian dan maka terbukti bahwa himpunan adalah sebuah grup pergerakan rubik dengan operasi sebagai operasi grup denga notasi . ■

### Pergerakan yang Berisi Label 1 Sampai 96 pada Sisi Cubinos *Rubik Revenge* adalah Grup Permutasi Simetri.

Angka 1 sampai 96 pada sisi *cubinos*  akan membentuk sebuah himpunan T, dengan . Permutasi dari T adalah fungsi bijektif dari T ke T. adalah himpunan semua permutasi-permutasi dari .

Akan dibuktikan bahwa dengan operasi⃘yang didefinisikan untuk setiap dan berlaku adalah grup, dengan notasi

Bukti :

Ambil sebarang dan

1. Akan ditunjukkan bahwa

Perhatikan bahwa , . Jadi,

1. Akan ditunjukkan bahwa tertutup

Komposisi dua fungsi bijektif dari ke juga merupakan fungsi bijektif dari ke akibatnya perkalian permutasi merupakan operasi biner. Jadi, tertutup.

1. Akan ditunjukkan bahwa memenuhi sifat asosiatif

.

.

Diperoleh,

Jadi, memenuhi sifat asosiatif.

1. Akan ditunjukkan bahwa memiliki unsur identitas

Akan ditunjukkan bahwa terdapat unsur identitas yaitu permutasi dengan sehingga berlaku , perhatikan bahwa

Diperoleh, .

Jadi, memiliki unsur identitas.

1. Akan ditunjukkan bahwa memiliki invers

Akan ditunjukkan bahwa untuk setiap terdapat sehingga berlaku .Unsur didefinisikan sebagai invers dari yaitu permutasi yang didefinisikan jika dan hanya jika , perhatikan bahwa

Diperoleh . Jadi, memiliki invers.

Dari pembuktian dan dapat disimpulkan bahwa himpunan adalah sebuah grup dengan operasi perkalian permutasi ■. Karena maka dinotasikan dengan .

### Isomorfisma Grup pada *Rubik Revenge*

Akan dibuktikan bahwa adalah isomorfisma grup dari ke , dinotasikan Didefinisikan dengan

 *(U- D- F-  B-  R- L-* U**-** D- F- B- R- L-) =

Bukti :

Karena himpunan *{U-,D-,F-,B-,R-,L-,*U**-**,D-,F-,B-,R-,L-} adalah generator dari grup maka, ambil sebarang tulis

z = *U-a1 D-a2 F-a3 B-a4 R-a5L-a6* U-a7 D-a8 F-a9 B-a10 R-a11  L-a12

y = *U-b1 D-b2 F-b3  B-b4 R-b5 L-b6* U**-**b7 D-b8 F-b9 B-b10 R-b11 L-b12

1. Akan ditunjukkan bahwa well defined, dengan , perhatikan bahwa

*( U-a1 D-a2 F-a3  B-a4  R-a5 L-a6* U**-**a7 D-a8 F-a9 B-a10 R-a11 L-a12)

 (*U-b1 D-b2 F-b3  B-b4  R-b5 L-b6* U**-b7** D-b8 F-b9 B-b10 R-b11  L-b12)

Jadi, dapat disimpulkan bahwa well defined

1. Akan ditunjukkan bahwa homomorfisma

Akan ditunjukkan .

 *( U-a1 D-a2 F-a3  B-a4  R-a5 L-a6* U**-**a7 D-a8 F-a9 B-a10 R-a11 L-a12)\*(*U-b1 D-b2 F-b3  B-b4  R-b5 L-b6* U**-b7** D-b8 F-b9 B-b10 R-b11  L-b12))

.

1. Akan ditunjukkan bahwa bijektif

Terlebih dahulu akan dibuktikan bahwa injektif dan surjektif

1. Akan ditunjukkan injektif

Dengan = perhatikan bahwa

 *(U+a1 D+a2 F+a3  B+a4  R+a5 L+a6* U**+**a7 D+a8 F+a9 B+a10 R+a11  L+a12) =  *(U+b1 D+b2 F+b3  B+b4  R+b5 L+b6* U**+**b7 D+b8 F+b9 B+b10 R+b11  L+b12)

*U+a1 D+a2 F+a3  B+a4  R+a5 L+a6* U**+a7** D+a8 F+a9 B+a10 R+a11  L+a12 = *U+b1 D+b2 F+b3  B+b4  R+b5 L+b6* U**+b7** D+b8 F+b9 B+b10 R+b11  L+b12

Jadi, dapat disimpulkan injektif

1. Akan ditunjukkan surjektif

Ambil sebarang tulis

Pilih tulis

 *U+c1 D+c2 F+c3 B+c4 R+c5L+c6* U+c7 D+c8 F+c9 B+c10 R+c11  L+c12

perhatikan bahwa,

 = *(U+c1 D+c2 F+c3 B+c4 R+c5L+c6* U+c7 D+c8 F+c9 B+c10 R+c11  L+c12)

Sehingga diperoleh , dan dapat disimpulkan bahwa surjektif.

Karena telah dibuktikan bahwa well defined, homomorfisma, injektif dan surjektif maka disimpulkan bahwa adalah isomorfisma grup dari Q ke . ■

# KESIMPULAN

Himpunan pergerakan rubik adalah grup. Himpunan T yang berisi label 1 sampai 96 pada sisi cubinos adalah grup permutasi simetri.Pergerakan rubik isomorfik dengan grup permutasi simetri.

Pada penelitian ini membahas tentang isomorfisma grup pada *rubik revenge*. Penelitian terkait *rubik revenge* dapat menunjukkan teori grup lainnya seperti kernel grup, struktur grup dan grup faktor. Selain itu, penelitian ini juga dapat dikembangkan dengan menggunakan rubik dengan dimensi yang berbeda yaitu rubik ,rubik dan sebagainya .

# DAFTAR PUSTAKA

Al-Musta’awun. (2012). *Penerapan Teori Grup dalam Mencari Penyelesaian Permainan Rubik’s Cube 3x3x3* (Skripsi). IAIN Tulungagung, Tulungagung.

Ihsan, M. K. Haryanto, L. dan Ekawati, N. (2016). *Peran Aksi Grup dalam Pembentukan Homomorfisma pada Rubik’s Cube* (Skripsi). Universitas Hasanuddin, Makassar.

Kuntel, R.C. (2010). *Konstruksi Rubik’s Cube ke dalam Bentuk Grup* (Skripsi). Universitas Lampung, Lampung.

Kuntoro, T. (2018). *Pengaruh Media Pembelajaran Rubik Grup Simetri terhadap Disposisi Matematik* (Skripsi). UIN Syarif Hidayatullah, Jakarta.

Kurnianingtyas, D. T. (2012). *Grup dan Homomorfisma Grup pada Rubik Revenge* (Skripsi). Institut Pertaninan Bogor, Bogor.

Larsen, M.E. (1985). Rubik’s Revenge : The Group Theoritical Solution. The American Monthly, 92:381-390.

Niasri,T. (2015). *Implementasi Penyelesaian Permainan Rubik Cube dengan Algoritma Kociemba pada Platform Android* (Skripsi). Universitas Sumatera Utara, Medan.

Subiono. (2016). *Aljabar : Sebagai Suatu Pondasi Matematika* (Skripsi). Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Wardana. Romdhini, M.U. dan Abdurrahman. (2011). *Analisis Penyelesaian Rubik 2x2 menggunakan Grup Permutasi* (Skripsi). Universitas Mataram, Mataram.

Yuhasriati. (2012). *Pendekatan Realistik dalam Pembelajaran Matematika* (Skripsi). FKIP Unsyiah, Banda Aceh.