

PENDUGAAN DATA HILANG PADA RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP DENGAN METODE YATES DAN ALGORITMA *EXPECTATION MAXIMIZATION*

Nur Annisa Yusuf¹, Muhammad Nusrang², Muhammad Kasim Aidid³

Prodi statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makassar

1) nurannisayusuf96@gmail.com, 2) muh.nusrang@unm.ac.id, 3) kasimaidid@unm.ac.id

Dalam sebuah percobaan, seringkali percobaan tidak selamanya berjalan sesuai dengan yang diharapkan. Jika data yang diperoleh dari suatu penelitian hanya sebagian teramati, maka masalah umum dalam percobaan telah terjadi yang dikenal sebagai data hilang. Hal tersebut dapat disebabkan oleh berbagai hal, misalnya perlakuan yang tidak tepat, kerusakan pada obyek percobaan dan data yang tidak logis. Nilai-nilai yang hilang tersebut harus diduga dan diganti sebelum melakukan analisis lebih lanjut. Metode pendugaan data hilang dalam penelitian ini adalah metode Yates dan Algoritma EM. Konsep dasar dalam metode Yates adalah meminimumkan jumlah kuadrat galat, sedangkan konsep dasar Algoritma EM adalah memaksimumkan fungsi likelihood. Pengaplikasian penelitian ini pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dengan besaran perlakuan yang berbeda (3 perlakuan sampai dengan 7 perlakuan) pada 3 kelompok. Pendugaan data hilang dengan metode Algoritma EM lebih baik digunakan dari pada metode Yates jika posisi data hilang secara acak dan dalam satu perlakuan, berbeda halnya jika data hilang dalam satu kelompok lebih baik menggunakan metode Yates dibandingkan metode Algoritma EM. Pendugaan data hilang dengan metode Yates dan algoritma EM menghasilkan nilai dugaan yang sama jika ada 1 data hilang, sehingga sama-sama baik digunakan.

Kata Kunci : *Rancangan acak kelompok lengkap, data hilang, metode Yates, metode Algoritma EM*

1. Pendahuluan

Dalam suatu penelitian, seorang peneliti harus melakukan pengamatan yang detail dalam suatu percobaan agar hasil pengujian yang dilakukan dapat dipercaya dan lebih akurat. Sebelum melakukan penelitian, sebaiknya melakukan perancangan percobaan agar mendapatkan hasil yang valid secara ilmiah. Ada beberapa rancangan percobaan menurut Mattjik dan Sumertajaya (1999) yaitu Rancangan Acak Lengkap (RAL), Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL), Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL), Rancangan Faktorial dan lain sebagainya.

RAKL disebut rancangan acak kelompok karena pengacakan perlakuan dilakukan pada setiap kelompok. Rancangan ini sangat baik digunakan jika keheterogenan unit percobaan berasal dari satu sumber keragaman yang mampu mengatasi kesulitan mempersiapkan unit percobaan yang homogen dalam jumlah

besar. Pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap, hilangnya data menyebabkan masalah baru dalam analisis karena tidak memenuhi syarat keortogonalan.

Seringkali percobaan tidak selamanya berjalan sesuai dengan yang diharapkan. Mungkin saja terdapat kendala-kendala yang tidak dapat diperkirakan sebelumnya. Menurut Gomez dan Gomez (2005) hilangnya data dapat disebabkan oleh berbagai hal, misalnya perlakuan yang tidak tepat, kerusakan pada obyek percobaan dan data yang tidak logis.

Pada tahun 1933, Yates memperkenalkan suatu metode pendugaan data hilang yang disebut metode Yates yang merupakan metode pendugaan data hilang pada rancangan percobaan dengan meminimumkan jumlah kuadrat galatnya yang kemudian nilai dugaan tersebut dimasukkan dalam model dan dianalisis seperti menganalisis data lengkap (Little dan Rubin, 1987). Metode lain yang digunakan dalam menduga data hilang adalah metode Algoritma EM. Algoritma EM adalah sebuah metode optimisasi iteratif untuk estimasi *Maximum Likelihood* (ML). Algoritma EM cenderung mudah diterapkan karena bersandarkan pada perhitungan data lengkap dan juga mudah diprogramkan karena tidak melibatkan baik integral ataupun turunan dari likelihood. Dengan menerapkan metode tersebut, diharapkan mampu menduga data hilang pada percobaan RAKL menggunakan metode Yates dan Algoritma EM serta membandingkan hasil antara kedua metode yang memberikan hasil terbaik berdasarkan nilai bias nya.

2. Metode Penelitian

a. Sumber data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data hasil simulasi yang menyebar secara normal dengan besaran perlakuan yang berbeda-beda yaitu 3 sampai dengan 7 perlakuan yang dicobakan kedalam masing-masing 3 kelompok.

b. Teknik Analisis Data

- 1) Tentukan jumlah kelompok dan jumlah perlakuan yang akan dicobakan.

- 2) Melakukan simulasi data percobaan dengan RAKL satu faktor dengan model yang digunakan untuk memperoleh nilai pengamatan pada perlakuan ke- i dan kelompok ke- j adalah

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.1)$$

dimana :

$$i = 1, 2, \dots, t \text{ dan } j = 1, 2, \dots, r$$

Y_{ij} = Pengamatan pada perlakuan ke- i dan kelompok ke- j

μ = Rataan umum

τ_i = Pengaruh perlakuan ke- i

β_j = Pengaruh kelompok ke- j

ε_{ij} = Pengaruh acak pada perlakuan ke- i dan kelompok ke- j

Model yang digunakan adalah model tetap sehingga asumsinya adalah

$$\sum \tau_i = 0, \quad \sum \beta_j = 0, \quad \text{dan } \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

- a) Menetapkan nilai $\mu = 5, \tau_1 = 1, \tau_2 = 1, \tau_3 = -2, \beta_1 = 2, \beta_2 = -1, \beta_3 = -1$.
- b) Membangkitkan ε_{ij} yang menyebar normal, $\varepsilon_{ij} \sim N(0,1)$
- 3) Lakukan penghilangan data sebesar 5%.
- 4) Lakukan pendugaan data hilang dengan metode Yates.
- a) Jika banyaknya data hilang sama dengan 1, dugalah data hilang dengan rumus :

$$\hat{Y}_{ij} = \frac{b\hat{\beta}_j + t\hat{T}_i - T}{(b-1)(t-1)} \quad (3.2)$$

- b) Jika banyaknya data hilang lebih dari satu, lakukan langkah-langkah dibawah ini :

(i) Tentukan nilai dugaan awal ($\hat{Y}_{\text{hilang.2}}, \hat{Y}_{\text{hilang.3}}, \dots, \hat{Y}_{\text{hilang.x}}$)

$$\hat{Y}_{\text{hilang.2}} = \hat{Y}_{\text{hilang.3}} = \dots = \hat{Y}_{\text{hilang.x}} = \frac{(\bar{Y}'_{.i} + \bar{Y}'_{.j})}{2} \quad (3.3)$$

(ii) Setelah menentukan nilai awal dari data hilang, nilai tersebut dimasukkan kedalam tabel data RAKL

(iii) Dugalah data hilang $\hat{Y}_{\text{hilang.1}}$ sesuai dengan rumus data hilang 1

- (iv) Masukkan nilai dugaan $\hat{Y}_{\text{hilang.1}}$ kedalam tabel data
- (v) Ulangi langkah (iii) sampai (iv) untuk data $\hat{Y}_{\text{hilang.2}}, \hat{Y}_{\text{hilang.3}}, \dots, \hat{Y}_{\text{hilang.x}}$ sampai nilai dugaan data hilang konvergen ke satu nilai tertentu.

$$\hat{Y}_{\text{hilang.1}}(\text{iterasi ke-n}) = \hat{Y}_{\text{hilang.1}}(\text{iterasi ke-(n-1)})$$

$$\hat{Y}_{\text{hilang.2}}(\text{iterasi ke-n}) = \hat{Y}_{\text{hilang.2}}(\text{iterasi ke-(n-1)})$$

⋮

$$\hat{Y}_{\text{hilang.x}}(\text{iterasi ke-n}) = \hat{Y}_{\text{hilang.x}}(\text{iterasi ke-(n-1)})$$

- 5) Lakukan pendugaan data hilang dengan metode Algoritma EM.

- a) Hitung nilai parameter dari data yang ada yaitu :

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{..} ; \hat{\tau}_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..} ; \hat{\beta}_j = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..} \quad (3.4)$$

- b) Dugalah data yang hilang dengan memasukkan nilai parameter yang diperoleh pada langkah (a) ke persamaan :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j \quad (3.5)$$

- c) Masukkan nilai dugaan pada data yang hilang
- d) Ulangi langkah a sampai c sampai nilai dugaan parameter konvergen ke satu nilai tertentu.

- 6) Hitung nilai bias dari hasil pendugaan data hilang dengan menggunakan metode Yates dan Algoritma EM dengan rumus sebagai berikut :

$$\text{Bias} = \frac{[\hat{\beta}_{.j} - (t-1)\hat{Y}]^2}{t(t-1)} \quad (3.6)$$

- 7) Mengulangi langkah (2) sampai dengan (6) sebanyak 1000 kali iterasi sehingga dapat dihitung nilai rata-rata bias dari hasil pendugaan yaitu :

$$\text{Rata-rata bias} = \frac{1}{1000} \left(\frac{[\hat{\beta}_{.j} - (t-1)\hat{Y}]^2}{t(t-1)} \right) \quad (3.7)$$

- 8) Mengulangi langkah (2) sampai dengan (7) dengan penghilangan data sebesar 10%.

- 9) Mengulangi langkah (2) sampai langkah (8) dengan $\mu = 5$, dan $\beta_1 = 2, \beta_2 = -1, \beta_3 = -1$ dengan nilai τ sebagai berikut :

- a) $\tau_1 = 1, \tau_2 = -1, \tau_3 = -1, \tau_4 = 1$

- b) $\tau_1 = 2, \tau_2 = -1, \tau_3 = -1, \tau_4 = 1, \tau_5 = -1$
- c) $\tau_1 = 1, \tau_2 = -1, \tau_3 = 1, \tau_4 = 1, \tau_5 = -1, \tau_6 = -1$
- d) $\tau_1 = -1, \tau_2 = 1, \tau_3 = 1, \tau_4 = -1, \tau_5 = 1, \tau_6 = 1, \tau_7 = -2,$

10) Melakukan evaluasi dengan membandingkan nilai rata-rata bias dari hasil pendugaan data hilang metode Yates dan Algoritma EM.

3. Hasil dan Pembahasan

a. RAKL 3 Perlakuan dan 3 Kelompok

Simulasi yang dilakukan untuk membangkitkan data berawal dari asumsi model tetap pada RAKL yaitu $\sum \tau_i = 0, \sum \beta_j = 0,$ dan $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2).$ Untuk memenuhi asumsi tersebut, nilai-nilai yang telah ditetapkan adalah $\mu = 5, \tau_1 = 1, \tau_2 = 1, \tau_3 = -2, \beta_1 = 2, \beta_2 = -1, \beta_3 = -1.$ Berdasarkan model linear RAKL yaitu $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij},$ muncul data bangkitan yang disebut $Y_{\text{aktual}}.$ Setelah data Y_{aktual} ini dibangkitkan, kemudian mengubah ke dalam bentuk tabel rancangan acak kelompok lengkap secara umum yang disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Data Bangkitan Lengkap pada RAKL 3 perlakuan 3 Kelompok

Kelompok	Perlakuan		
	A	B	C
1	7,692313	6,034452	6,180475
2	7,530630	3,042658	4,541362
3	4,369948	3,959973	2,186592

Dalam RAKL 3 perlakuan (perlakuan A, B dan C) dan 3 kelompok (kelompok 1, 2 dan 3) ini, data yang dihilangkan adalah pada kelompok 2 perlakuan A seperti pada Tabel 4.2.

(i) Metode Yates

Adapun perhitungan dengan menggunakan metode Yates adalah

Tabel 4.2 Data Bangkitan yang Hilang pada RAKL 3 Perlakuan 3 Kelompok

Kelompok	Perlakuan			Total Kelompok
	A	B	C	
1	7,692313	6,034452	6,180475	19,90724
2		3,042658	4,541362	7,58402
3	4,369948	3,959973	2,186592	10,516513
Total Perlakuan	12,062261	13,037083	12,908429	38,007773

$$\hat{Y}_{ij} = \frac{b\hat{\beta}_j + t\hat{\tau}_i - T}{(b-1)(t-1)}$$

$$\hat{Y}_{ij} = \frac{(3 \times 7,58402) + (3 \times 12,062261) - 38,007773}{(3-1)(3-1)}$$

$$\hat{Y}_{ij} = \frac{22,75206 + 36,186783 - 38,007773}{4}$$

$$\hat{Y}_{ij} = 5,232768 (\hat{Y}_{yates})$$

Hasil perhitungan dengan metode Yates selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 4.6.

(ii) Metode Algoritma EM

Perhitungan dengan menggunakan metode Algoritma EM adalah sebagai berikut :

Iterasi 1

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{..} = \frac{38,007773}{8} = 4,750972$$

$$\hat{\tau}_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..} = 6,031131 - 4,750972 = 1,280159$$

$$\hat{\beta}_j = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..} = 3,79201 - 4,750972 = -0,958962$$

sehingga,

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j$$

$$Y_{ij} = 4,750972 + 1,280159 + (-0,958962)$$

$$Y_{ij} = 5,072169$$

Tabel 4.3 Iterasi 1 Metode Algoritma EM

Kelompok	Perlakuan			Total Kelompok
	A	B	C	
1	7,692313	6,034452	6,180475	19,907240
2	5,072169	3,042658	4,541362	12,656189
3	4,369948	3,959973	2,186592	10,516513
Total Perlakuan	17,13443	13,037083	12,908429	43,079942

Iterasi 2

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{..} = \frac{43,079942}{9} = 4,78666$$

$$\hat{\tau}_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..} = 5,711477 - 4,78666 = 0,924816$$

$$\hat{\beta}_j = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..} = 4,21873 - 4,78666 = -0,56793$$

sehingga,

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j$$

$$Y_{ij} = 4,78666 + 0,924816 + (-0,56793)$$

$$Y_{ij} = 5,143546$$

Tabel 4.4 Iterasi 2 Metode Algoritma EM

Kelompok	Perlakuan			Total Kelompok
	A	B	C	
1	7,692313	6,034452	6,180475	19,907240
2	5,143546	3,042658	4,541362	12,727566
3	4,369948	3,959973	2,186592	10,516513
Total Perlakuan	17,205807	13,037083	12,908429	43,151319

dan seterusnya melakukan iterasi hingga diperoleh nilai konvergen yaitu 5,232768.

Karena nilai dugaan Yates (5,232768) dan Algoritma EM (5,232768) sama, maka tabel nilai dugaan kelompok 2 dan perlakuan A dengan menggunakan metode Yates dan Algoritma EM disajikan dalam Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Data Dugaan dengan Metode Yates dan Algoritma EM

Kelompok	Perlakuan			Total Kelompok
	A	B	C	
1	7,692313	6,034452	6,180475	19,907240
2	5,232768	3,042658	4,541362	12,816790
3	4,369948	3,959973	2,186592	10,516513
Total Perlakuan	17,295031	13,037083	12,908429	43,240543

Setelah mendapatkan nilai dugaan Yates dan nilai dugaan Algoritma EM, kemudian menghitung bias masing-masing penduga yaitu :

$$\begin{aligned}
 \text{Bias Yates} = \text{Bias Algoritma EM} &= \frac{[\hat{\beta}_j - (t-1)\bar{Y}]^2}{t(t-1)} \\
 &= \frac{[12,816790 - (3-1)5,23277]^2}{3(3-1)} \\
 &= 0,921396
 \end{aligned}$$

Dengan proses yang sama dilakukan pada data bangkitan ke-2, ke-3, ke-4,..., ke-1000 menggunakan metode Yates, Algoritma EM dan nilai bias masing-masing penduga, maka diperoleh hasil perhitungan yang disajikan pada Tabel 4.6.

Tabel 4.6 Data Hasil Perhitungan Data Hilang Sebesar 10%

No	Y_{aktual}	\hat{Y}_{yates}	$\hat{Y}_{\text{algoritmaEM}}$	Bias Yates	Bias Algoritma EM
1	7,530630	5,232768	5,232768	0,921398	0,921398
2	9,867477	7,396169	7,396169	0,075075	0,075075
3	7,535063	8,156896	8,156896	0,000005	0,000005
4	6,550237	9,114640	9,114640	1,650361	1,650361
5	7,495462	8,913848	8,913848	0,011667	0,011667
6	7,999547	8,690483	8,690483	1,180346	1,180346
7	7,781245	10,124756	10,124756	1,042282	1,042282
8	9,195729	8,139340	8,139340	0,182425	0,182425
9	6,736859	8,288855	8,288855	0,527840	0,527840
10	5,726376	9,440851	9,440851	0,416107	0,416107
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
995	7,112249	8,314175	8,314175	0,048064	0,048064
996	7,732735	9,233091	9,233091	0,753577	0,753577
997	9,264540	7,726897	7,726897	1,186376	1,186376
998	7,943777	8,666795	8,666795	0,043353	0,043353
999	7,500624	8,418378	8,418378	0,084418	0,084418
1000	7,845865	7,437453	7,437453	0,804350	0,804350

Dengan proses yang sama diterapkan pula pada 4, 5, 6 dan 7 perlakuan pada masing-masing 3 kelompok.

Berikut ini adalah nilai rata-rata bias pendugaan dengan menggunakan metode Yates dan Algoritma EM yang diperoleh dari simulasi 3 kelompok dengan besaran perlakuan yang berbeda-beda yang disajikan pada Tabel 4.7.

Berdasarkan nilai rata-rata bias yang dihasilkan pada setiap besaran perlakuan yang berbeda dengan berbagai posisi hilangnya data pada Tabel 4.45 dapat dilihat bahwa penghilangan data sebesar 5%, baik itu pada 3 perlakuan, 4 perlakuan sampai dengan 7 perlakuan menunjukkan pendugaan data hilang dengan menggunakan metode Yates atau Algoritma EM memberikan nilai rata-rata bias yang serupa. Sedangkan untuk penghilangan data sebesar 10% pada kelompok data bangkitan 5 perlakuan, 6 perlakuan dan 7 perlakuan dengan posisi data hilang secara acak, nilai rata-rata bias metode Algoritma EM lebih kecil dibandingkan nilai rata-rata bias dengan menggunakan metode Yates.

Begitupun juga jika posisi data hilang tersebut dalam satu perlakuan, nilai rata-rata bias metode Algoritma EM lebih kecil dibanding nilai rata-rata bias metode Yates. Berbeda halnya jika posisi data hilang dalam satu kelompok. Nilai rata-rata bias metode Yates lebih kecil daripada nilai rata-rata bias metode Algoritma EM. Sehingga berdasarkan hasil analisis tersebut, terlihat jelas bahwa antara metode Yates dan algoritma EM sama-sama baik digunakan dalam menduga 1 data hilang. Metode Algoritma EM memberikan hasil terbaik posisi data hilang secara acak dan jika data hilang dalam satu perlakuan. Sedangkan, jika posisi data hilang dalam satu kelompok, metode Yates yang memberikan hasil terbaik berdasarkan nilai rata-rata biasanya yang lebih kecil dibanding nilai rata-rata bias metode Algoritma EM.

Tabel 4.7 Nilai Rata-rata Bias Pendugaan Yates dan Algoritma EM

Besaran perlakuan	Eksperimen		Rata-rata Bias Yates	Rata-rata Bias Algoritma EM
	Jumlah Data hilang			
3 perlakuan	5% data hilang		0,884151	0,884151
4 perlakuan	5% data hilang		3,942711	3,942711
5 perlakuan	5% data hilang		0,731581	0,731581
	10% data hilang secara acak		4,015012	3,794468
	10% data hilang dalam satu kelompok yang sama		2,840788	4,112648
	10% data hilang dalam satu perlakuan yang sama		14,584330	11,38679
6 perlakuan	5% data hilang		0,426552	0,426552
	10% data hilang secara acak		7,412791	6,441516
	10% data hilang dalam satu kelompok yang sama		9,227569	10,633210
	10% data hilang dalam satu perlakuan yang sama		3,362894	2,662526
7 perlakuan	5% data hilang		0,531141	0,531141
	10% data hilang secara acak		5,610467	4,170106
	10% data hilang dalam satu kelompok yang sama		3,053834	3,306155
	10% data hilang dalam satu perlakuan yang sama		1,978438	1,934891

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari penelitian yang dilakukan dapat disimpulkan bahwa:

1. Data hilang dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dapat diduga dengan menggunakan metode Yates dan Algoritma EM. Konsep dasar dalam metode Yates adalah meminimumkan jumlah kuadrat galat, sedangkan konsep dasar Algoritma EM adalah memaksimumkan fungsi likelihood. Metode Yates dan Algoritma EM dengan proses iterasi sampai nilai dugaan konvergen ke suatu nilai tertentu. Jika data hilang lebih dari satu, maka dilakukan pendugaan nilai dugaan awal.
2. Pendugaan data hilang dalam RAKL dengan jumlah kelompok 3 dengan besaran perlakuan yang berbeda menggunakan metode Algoritma EM lebih baik digunakan dari pada metode Yates jika posisi data hilang secara acak dan dalam satu perlakuan, berbeda halnya jika data hilang dalam satu kelompok lebih baik menggunakan metode Yates dibandingkan metode Algoritma EM. Pendugaan data hilang dengan metode Yates dan algoritma EM menghasilkan nilai dugaan yang sama jika ada 1 data hilang, sehingga sama-sama baik digunakan.

DAFTAR PUSTAKA

- Dempster, A. P., Laird, N. M., & D. B. Rubin. (1977). *Maximum Likelihood From Incomplete Data Via The EM Algorithm (with discussion)*. Journal of The Royal Statistical Society , Series B.
- Ekholuenetale, M., & Ajakaiye, A.O. (2016). *Aplication of Constrained Optimization Approach to Missing Data in Experimental Design*. IJSR.
- Gomez, K. A., & Gomez, A. A. (2005). *Statistical Procedure for Agriculture Research*. An Internatinal Rice Research Institute. New York : John Wiley and Sons.
- Harsojuwono, B. A., Arnata, I. W., & Puspawati, G. A. K. D. (2011). *Rancangan Percobaan Teori, Aplikasi SPSS dan Excel*. Malang : Lintas Kata Publishing
- Little, R.J.A., & Rubin, D. B. (1987). *Statistical Analysis with Missing Data*. New York : John Wiley dan Sons.

- Mattjik, A. A., & Sumertajaya, I. M. (1999). *Analisis Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab*. 1st ed. Bogor : IPB Press.
- Nusrang, M. (2001). *Tingkat Efisiensi dari Rancangan Acak Kelompok Tak Lengkap Setimbang*. Thesis. Institut Pertanian Bogor.
- Steel, R. G. D., & Torie, J. H. (1993). *Principles and Procedure of Statistics*. New York : McGraw-Hill.
- Suwanda. (2011). *Desain Eksperimen untuk Penelitian Ilmiah*. Bandung: Alfabeta.
- Tiro, M. A. (2015). *Dasar-Dasar Statistika Edisi Keempat*. Makassar : Andira Publisher.
- Watanabe, M., & Yamaguchi, K. (2004). *The EM Algorithm and Related Statistical Models*. New York : Marcel Dekker.
- Yates F. (1937) *Design and Analysis of Factorial Experiment*. Tech. Comm. No. 35, Imperial Bereau of Soil Science, London.